Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + NSI, veuillez visiter :
bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

Baccalauréat épreuve de spécialité (terminale)

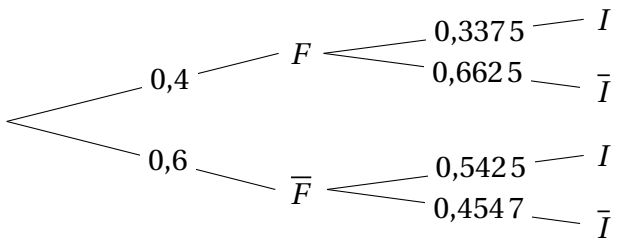
Voie générale – spécialité J2 – Polynésie – 17 juin 2026

Corrigé

Exercice 1 (5 points)

Partie A

1. D'après l'énoncé voici l'arbre pondéré des évènements F et I :



2. Il faut trouver $P(F \cap I) = P(F) \times P_F(I) = 0{,}4 \times 0{,}337\,5 = 0{,}135$.

3. On a de même $P\left(\overline{F} \cap I\right) = P\left(\overline{F}\right) \times P_{\overline{F}}(I) = 0{,}6 \times 0{,}542\,5 = 0{,}322\,5$.

D'après la loi des probabilités totale la probabilité que l'élève choisi au hasard envisage des études d'ingénieur est égale à :

$P(I) = P(F \cap I) + P\left(\overline{F} \cap I\right) = 0{,}135 + 0{,}322\,5 = 0{,}460\,5$.

4. On calcule $P_I(F) = \dfrac{P(F \cap I)}{P(I)} = \dfrac{0{,}135}{0{,}460\,5} \approx 0{,}293\,2$ soit 0,293 au millième près.

Parmi les élèves envisageant des études d'ingénieur un peu moins de 30 % sont des filles.

Partie B

1. a. Le nombre n est assez grand pour que l'on puisse considérer que chaque fille choisie ait une probabilité de vouloir devenir ingénieure est égale à 0,15 : la variable X suit donc une loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}15$.

b. On sait que $E = n \times p = n \times 0{,}15 = 0{,}15n$.

2. On a : $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}15^0 \times (1 - 0{,}15)^n = 1 - 0{,}85^n$.

Il faut donc que $P(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}99 \iff 1 - 0{,}85^n \geqslant 0{,}99 \iff 0{,}01 \geqslant 0{,}85^n$,

d'où par croissance de la fonction logarithme népérien :

$\ln 0{,}01 \geqslant n \ln 0{,}85 \iff \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}85} \leqslant n$ car $\ln 0{,}85 < 0$.

Or $\dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}85} \approx 28{,}3$.

Il faut donc interroger au moins 29 lycéennes.

3. On a $\dfrac{29}{4} = 7{,}25$. Il faut donc choisir sur les 29 filles 8 qui souhaitent devenir ingénieure, d'où :
$P(X \geqslant 8) = 1 - P(X < 8) = 1 - P(X \leqslant 7)$: la calculatrice donne environ 0,059 : sur 29 filles interrogées la probabilité qu'au moins le quart souhaite devenir ingénieure est légèrement inférieure à 6 %.

Partie C

1. S représente le nombre de lycéennes souhaitant devenir ingénieure parmi les 15 000 lycéennes interrogées.

2. $\mathrm{E}(S) = \mathrm{E}(X_1 + \ldots + X_{10}) = \mathrm{E}(X_1) + \ldots \mathrm{E}(X_{10})$ par linéarité ;
$\mathrm{E}(S) = 10\mathrm{E}(X)$ car toutes les variables aléatoires ont la même espérance, donc :
$\mathrm{E}(S) = 10 \times 225 = 2\,250$.
Il en est de même pour la variance de S :
$\mathrm{V}(S) = \mathrm{V}(X_1 + \ldots + X_{10}) = \mathrm{V}(X_1) + \ldots + \mathrm{V}(X_{10})$ car les lois sont indépendantes.
$\mathrm{V}(S) = 10\mathrm{V}(X)$ car elles suivent la, même loi de probabilité.
$\mathrm{V}(S) = 10 \times 191{,}25 = 1\,912{,}5$.

3. On sait que S a une espérance. Utilisons l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour minorer la probabilité d'avoir un nombre de lycéennes désirant devenir ingénieure compris entre 2 000 et 2 500 :
$P(2\,000 < S < 2\,500) = P(-250 < S - \mathrm{E}(S) < 250) = P(|S - \mathrm{E}(S)| < 250)$ ou
$P(2\,000 < S < 2\,500) = 1 - P(|S - \mathrm{E}(S)| \geqslant 250$; d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :
$P(2\,000 < S < 2\,500) \geqslant 1 - \dfrac{\mathrm{V}(S)}{250^2}$ soit
$P(2\,000 < S < 2\,500) \geqslant 1 - \dfrac{1\,912{,}5}{62\,500}$
$P(2\,000 < S < 2\,500) \geqslant 1 - 0{,}030\,6$ et finalement,
$P(2\,000 < S < 2\,500) \geqslant 0{,}969\,4 > 0{,}95$.
Conclusion : à 5 % près l'affirmation est vraie.

Exercice 2 (5 points)

Partie A

1. On pourrait justifier que la fonction polynôme $u : x \longmapsto 8x^3 - 1$ est dérivable,
avec $u' : x \longmapsto 24x^2 > 0$ sur l'intervalle $[4\,;10]$ donc croissante sur cet intervalle.
$u(4) = \ln(511) > 0$, ce qui montre l'existence de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;10]$ et par suite la dérivabilité de cette fonction en tant que fonction composée : $f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)} = \dfrac{24x^2}{8x^3 - 1}$.
Comme $(2x-1)(4x^2+2x+1) = 8x^3 + 4x^2 + 2x - 4x^2 - 2x - 1 = 8x^3 - 1$,
on a bien : $f'(x) = \dfrac{24x^2}{(2x-1)(4x^2+2x+1)}$.

2. a. D'après la question précédente $f'(x) = \dfrac{24x^2}{(2x-1)(4x^2+2x+1)}$.

Or pour $x \geqslant 4$:

- $24x^2 > 0$;
- $2x - 1 > 0$;
- $4x^2 + 2x + 1 > 0$ comme somme de termes supérieurs à zéro sur $[4\,;10]$,

$f'(x) > 0$: la fonction f est croissante sur $[4\,;10]$ de $f(4) = \ln 511 \approx 6{,}236$ à $f(10) = \ln 7\,999 \approx 8{,}99 < 10$.

b. En résumé si $4 \leqslant x \leqslant 10$, alors $f(4) \leqslant f(x) \leqslant f(10)$ donc d'après ce qui précède : $4 \leqslant f(x) \leqslant 10$.

3. a. Sur l'intervalle $[4\,;10]$:

- la fonction g est continue car dérivable sur cet intervalle ;
- g est strictement décroissante ;
- 0 est une valeur comprise entre $g(4) = f(4) - 4 \approx 2{,}236$ et $g(10) = f(10) - 10 \approx -1{,}013$.

D'après le corollaire du théorème sur les valeurs intermédiaires, il existe un réel unique $\alpha \in [4;10]$ tel que $g(\alpha) = 0$.

b. La calculatrice donne successivement : $8 < \alpha < 9$; $8{,}4 < \alpha < 8{,}5$;
$8{,}49 < \alpha < 8{,}50$; $8{,}499 < \alpha < 8{,}500$ encadrement de α au millième près.

Partie B

1. $u_1 = f(u_0) = f(5) = \ln\left(8 \times 5^3 - 5\right) = \ln 999 \approx 6{,}91$.

2. a. *Initialisation* :

On a calculé que si $u_0 = 5$, alors $u_1 \approx 6{,}91$.

On a bien $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 10$.

L'encadrement est vrai au rang $n = 0$

Hérédité : soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 10$; la fonction f étant croissante sur l'intervalle $[4\,;10]$, on a donc

$f(4) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1} \leqslant f(10)$.

Comme $f(4) > 4$, $f(10) < 10$, que $f(u_n) = u_{n+1}$ et $f(u_{n+1} = u_{n+2}$, l'encadrement devient :

$4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 10$: l'encadrement est donc vrai au rang $n+1$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang $n = 0$ et s'il est vrai au rang $n \geqslant 0$, il l'est encore au rang $n+1$: d'après le principe de récurrence :

quel que soit $n \in \mathbb{N}$: $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 10$.

b. L'inégalité centrale montre que la suite (u_n) est croissante et la borne de droite montre que la suite (u_n) est majorée par 10 : croissante et majorée la suite (u_n) converge vers une limite $\ell \leqslant 10$.

3. Comme $u_{n+1} = f(u_n)$, que f est continue sur $[4\,;10]$, la suite (u_n) converge vers un réel ℓ tel que $\ell = f(\ell) \iff f(\ell) - \ell = 0 \iff g(\ell) = 0$.

Conclusion le nombre ℓ est solution sur $[4\,;10]$ de l'équation $g(x) = 0$ résolue à la question **3.** partie B, donc finalement $\ell = \alpha$.

Partie C

1. `alpha(8.499)` renvoie 11 signifie que c'est à partir du rang $n = 11$, que $u_n \geqslant 8{,}499$.

2. On a vu que quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 8{,}6$: donc l'algorithme ne trouvera jamais un rang tel que $u_n > 8{,}6$: il ne donnera donc aucun rang.

Exercice 3 (5 points)

1. a. On a $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}2\\-7\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}\begin{pmatrix}-4\\1\\2\end{pmatrix}$. On voit que les coordonnées de ces deux vecteurs ne sont pas proportionnelles : les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés : ils déterminent donc un plan (ABC).

b. On a $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 12 + 14 - 26 = 0$; de même
$\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = -24 - 2 + 26 = 0$.
Le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) : c'est donc un vecteur normal à ce plan (ABC).

c. On sait que les coordonnées du vecteur $\vec{n}$ sont les coefficients respectifs de x, y et z dans l'équation du plan (ABC), soit
$M(x\,;y\,;z) \in (\text{ABC}) \iff 6x - 2y + 13z + d = 0$,
avec $d \in \mathbb{R}$.
En particulier on a $A(-1\,;1\,;1) \in \text{ABC}) \iff 6\times(-1) - 2\times 1 + 13\times 1 + d = 0 \iff -6 - 2 + 13 + d = 0 \iff 5 + d = 0 \iff d = -5$.
Conclusion : $\text{M}(x\,;y\,;z) \in (\text{ABC}) \iff 6x - 2y + 13z - 5 = 0$.

2. Comme on l'a vu à la question précédente les coefficients respectifs de x, y et z dans l'équation du plan (P) sont les coordonnées d'un vecteur $\vec{p}$ normal à ce plan.
On a donc $\vec{p}\begin{pmatrix}8\\-2\\-4\end{pmatrix}$.
Or $\vec{n} \cdot \vec{p} = 6\times 8 - 2\times(-2) + 13\times(-4) = 48 + 4 - 52 = 0$: d'après la propriété admise les deux vecteurs normaux aux deux plans sont orthogonaux donc les deux plans sont orthogonaux.

3. La droite (d) est sécante au plan (ABC) s'il existe un point dont les coordonnées vérifient les équations paramétriques de (d) et l'équation cartésienne du plan (ABC), autrement dit si les coordonnées $(x\,;y\,;z)$ vérifient le système d'équations :

$$\begin{cases} x & = & -4 + t \\ y & = & -11 + 6t \\ z & = & 2 - t \\ 6x - 2y + 13z - 5 & = & 0 \end{cases}$$

En remplaçant x, y et z par leurs expressions en fonction de t dans la dernière équation, on obtient :
$6(-4 + t) - 2(-11 + 6t) + 13(2 - t) - 5 = 0 \iff -24 + 6t + 22 - 12t + 26 - 13t - 5 = 0$,
soit enfin $19 - 19t = 0 \iff 19 = 19t \iff 1 = t$.

En reportant cette valeur $t = 1$ dans les équations paramétriques de (d), on obtient $x = -4 + 1 = -3$, $y = -11 + 6 = -5$, $z = 2 - 1 = 1$.

La droite (d) et le plan (ABC) ont bien un point commun E$(-3\,;-5\,;1)$.

4. a. H est le projeté orthogonal de A sur (d) si :

- H $\in (d)$, ce qui est aisé à voir en prenant la valeur $t = 2$ dans les équations paramétriques de (d) qui conduit bien aux coordonnées $(-2\,;1\,;0)$ qui sont bien celles de H ;
- la droite (AH) est perpendiculaire à (d) ;

Or $\overrightarrow{\text{AH}}\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{\delta}\begin{pmatrix}1\\6\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d) (d'après ses équations paramétriques)

et $\overrightarrow{\text{AH}} \cdot \vec{\delta} = -1 + 0 + 1 = 0$, ce qui montre que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AH}}$ et $\vec{\delta}$ sont orthogonaux donc que les droites (AH) et (d) sont perpendiculaires.

Le point H est le projeté orthogonal de A sur (d).

b. La distance du point A à la droite (d) est la distance de A à son projeté orthogonal sur la droite (d), soit la distance AH.

Des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{AH}}$, on calcule $\text{AH}^2 = (-1)^2 + 0^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$. Conclusion AH $= \sqrt{2}$.

c. H et E sont deux points de (d) et la droite (AH) est perpendiculaire à (d) : le triangle AHE est donc rectangle en H et son aire est égale au demi-produit des longueurs de ses côtés perpendiculaires :

$\mathscr{A}(\text{AHE}) = \dfrac{\text{AH} \times \text{HE}}{2}$

On a $\text{HE}^2 = (-3+2)^2 + (-5-1)^2 + (1-0)^2 = 1 + 36 + 1 = 38$, d'où HE $= \sqrt{38}$ et

$\mathscr{A}(\text{AHE}) = \dfrac{\sqrt{2} \times \sqrt{38}}{2} = \dfrac{\sqrt{76}}{2} = \dfrac{\sqrt{76}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{76}{4}} = \sqrt{19}$.

Exercice 4 (5 points)

1. Soit $g(x) = \text{e}^{(x^2)}$

Avec $u(x) = x^2$ puis $u'(x) = 2x$, on a

$\left(\text{e}^{(x^2)}\right)' = \left(\text{e}^{u(x)}\right)' = \text{e}^{u(x)} \times u'(x) = \text{e}^{(x^2)} \times 2x$.

Donc $f'(x) = \text{e}^{(x^2)} + x \times \text{e}^{(x^2)} \times 2x$;

$f'(x) = \text{e}^{(x^2)}\left(1 + 2x^2\right)$.

Puis de même $f''(x) = 4x\,\text{e}^{(x^2)} + \left(1 + 2x^2\right) \times 2x\,\text{e}^{(x^2)} = 2x\left(2 + 1 + 2x^2\right)\text{e}^{(x^2)}$.

Finalement $f''(x) = 2x\left(3 + 2x^2\right)\text{e}^{(x^2)}$

Dans ce produit pour $x \in]-\infty\,;0[$, on a :

- $3 + 2x^2 > 0$;
- $\text{e}^{(x^2)} > 0$
- $2x < 0$

Conclusion sur $]-\infty;0]$, $f''(x)<0$: la fonction f est concave sur cet intervalle.

Affirmation 1 vraie

2. • Dans le groupe 1 on peut former $\binom{24}{8}$ ensembles de 8 rapaces ;

• Dans le groupe 2 on peut former $\binom{16}{8}$ ensembles de 8 rapaces ;

• Dans le groupe 3 on peut former $\binom{8}{8}$ ensemble de 8 rapaces ;

Il y a donc $\binom{24}{8}\times\binom{16}{8}\times\binom{8}{8}$ façons différentes de répartir 8 rapaces dans ces 3 groupes.

Or $\binom{24}{8}\times\binom{16}{8}\times\binom{8}{8}=\dfrac{24!}{8!\times(24-8)!}\times\dfrac{16!}{8!\times(16-8)!}\times 1=\dfrac{24!}{8!\times 16!}\times\dfrac{16!}{8!\times 8!}=\dfrac{24!}{(8!)^3}$.

Affirmation 2 vraie

3. f est solution de l'équation différentielle donc quel que soit $x\in\mathbb{R}$,
$f'(x)=-f(x)+1 \quad (1)$.
D'autre part $g(x)=f(x)-1$ montre que puisque f est dérivable sur g l'est aussi avec : $g'(x)=f'(x)$.
L'égalité (1) devient alors
$g'(x)=-f(x)-1=-(f(x)-1)=-g(x)$
Conclusion : quel que soit $x\in\mathbb{R}$, $g'(x)=-g(x)$.

Affirmation 3 vraie

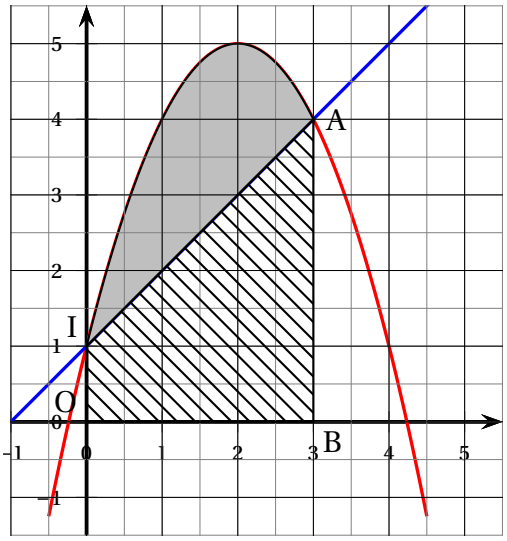
4. Quel que soit $n\in\mathbb{N}^*$, $-1\leqslant\sin(n)\leqslant 1$.
En multipliant par $\dfrac{1}{n}>0$, on a $-\dfrac{1}{n}\leqslant\dfrac{\sin(n)}{n}\leqslant\dfrac{1}{n}$.
Comme $\lim\limits_{n\to+\infty}-\dfrac{1}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$, on a donc d'après le théorème des gendarmes :

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\sin(n)}{n}=0.$$

La suite converge vers zéro.

Affirmation 4 fausse

5.



L'aire du domaine grisé est égale à la différence de deux aires :

- l'aire de la surface limitée par l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = 0$ et $x = 4$ et la représentation graphique de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto -x^2 + 4x + 1$.
  La fonction f étant manifestement positive sur l'intervalle $[0\,;3]$, cette aire est l'intégrale (en u. a.) $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^3 -x^2+4x+1)\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{x^3}{3}+2x^2+x\right]_0^3 = -\frac{3^3}{3}+2\times 3^2+3-\left(-\frac{0^3}{3}+2\times 0^2+0\right) = -\frac{27}{3}+18+3 = 22-9 = 12$ (u.a.) **et**
- l'aire du trapèze rectangle OIAB soit $\dfrac{\text{OI}+\text{AB}}{2}\times \text{OB}$;

On a de façon évidente : OI = 1, AB = 4 et OB = 3, donc
$\mathscr{A}(\text{OIAB}) = \dfrac{1+4}{2}\times 3 = \dfrac{15}{2}$ (u.a)
Si $\mathscr{A}(G)$ est l'aire de la surface grisée alors
$\mathscr{A}(G) = 12 - \dfrac{15}{2} = \dfrac{24-15}{2} = \dfrac{9}{2} = 4{,}5$ (u.a.).

Affirmation 5 fausse

Remarque : on peut aussi dire que $\mathscr{A}(G)$ est la différence de l'intégrale de la fonction $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ et de l'intégrale de la fonction $g(x) = x + 1$ sur l'intervalle $[0\,;3]$.
$\mathscr{A}(G) = \displaystyle\int_0^3 \left(-x^2+4x+1\right)\mathrm{d}x - \int_0^3 (x+1)\,\mathrm{d}x$, soit par linéarité de l'intégrale :
$\mathscr{A}(G) = \displaystyle\int_0^3 \left(-x^2+4x+1-(x+1)\right)\mathrm{d}x = \int_0^3 \left(-x^2+4x+1-x-1\right)\mathrm{d}x = \int_0^3 \left(-x^2+3x\right)\mathrm{d}x = \int_0^3 x(3-x)\,\mathrm{d}x$.
Il faut alors considérer cette fonction trinôme $x \longmapsto x(x-3)$ qui est négative sauf entre ses racines 0 et 3 sui est justement l'intervalle d'intégration.
Il faut alors rappeler que cette fonction polynôme trinôme est continue sur $\mathbb{R}$ donc en particulier sur $[0\,;3]$, donc intégrale sur cet intervalle et affirmer que
$\mathscr{A}(G) = \displaystyle\int_0^3 \left(-x^2+3x\right)\mathrm{d}x = \left[-\frac{x^3}{3}+3\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = -\frac{3^3}{3}+3\times\frac{3^2}{2}-\frac{0^3}{3}-3\times\frac{0^2}{2} = -9+\frac{27}{2} = \frac{-18+27}{2} = \frac{9}{2} \neq \frac{13}{2}$.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.