Bac Général Maths + NSI (Mathématiques et Numérique et sciences informatiques)

SUJET D'EXAMEN (SESSION OFFICIELLE)

Mathématiques - Session 2025

Sujet de l'examen national tel que publié pour la session indiquée. Source : sujets nationaux publiés par le ministère chargé de l'examen et les services académiques. Document mis à disposition par FormaV pour la révision.

Toutes les annales et leurs corrigés : https://bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVES D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

JOUR 1

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6 avec quatre exercices indépendants.

Le candidat traite les 4 exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses seront valorisées.

EXERCICE 1 – 4 points

Un étudiant mange tous les jours au restaurant universitaire. Ce restaurant propose des plats végétariens et des plats non végétariens.

- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,9.
- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat non végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,7.

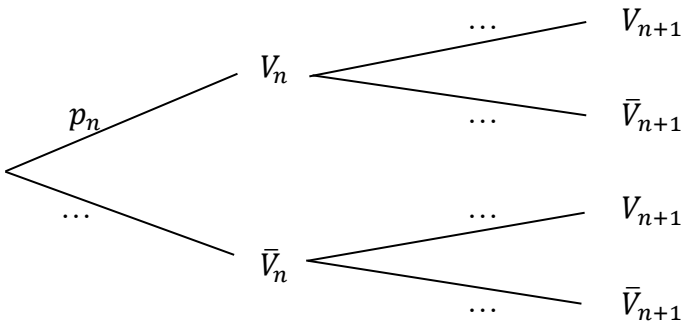
Pour tout entier naturel n, on note V_n l'évènement « l'étudiant a choisi un plat végétarien le $n^{\text{ième}}$ jour » et p_n la probabilité de V_n.
Le jour de la rentrée, l'étudiant a choisi le plat végétarien. On a donc $p_1 = 1$.

1. **a.** Indiquer la valeur de p_2.

b. Montrer que $p_3 = 0{,}88$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

c. Sachant que le 3e jour l'étudiant a choisi un plat végétarien, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un plat non végétarien le jour précédent ? On arrondira le résultat à 10^{-3}.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



3. Justifier que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}7$.

4. On souhaite disposer de la liste des premiers termes de la suite (p_n) pour $n \geq 1$.
Pour cela, on utilise une fonction appelée `repas` programmée en langage Python dont on propose trois versions, indiquées ci-dessous.

Programme 1

```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n):
    p = 0.2*p+0.7
    L.append(p)
  return(L)
```

Programme 2

```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n+1):
    p = 0.2*p+0.7
    L.append(p)
  return(L)
```

Programme 3

```
def repas(n):
  p=1
  L=[p]
  for k in range(1,n):
    p = 0.2*p+0.7
    L.append(p+1)
  return(L)
```

a. Lequel de ces programmes permet d'afficher les n premiers termes de la suite (p_n) ? Aucune justification n'est attendue.

b. Avec le programme choisi à la question **a.** donner le résultat affiché pour $n = 5$.

5. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $p_n = 0{,}125 \times 0{,}2^{n-1} + 0{,}875$.

6. En déduire la limite de la suite (p_n).

EXERCICE 2 – 5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Deux équipes de footballeurs de 22 et 25 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match. Chaque joueur d'une équipe serre une seule fois la main de chaque joueur de l'autre équipe.

Affirmation 1
47 poignées de mains ont été échangées.

2. Une course oppose 18 concurrents. On récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun.

Affirmation 3
Il y a 4896 possibilités de distribuer ces prix.

3. Une association organise une compétition de course de haies qui permettra d'établir un podium (le podium est constitué des trois meilleurs sportifs classés dans leur ordre d'arrivée). Sept sportifs participent au tournoi. Jacques est l'un d'entre eux.

Affirmation 2
Il y a 90 podiums différents dont Jacques fait partie.

4. Soit X_1 et X_2 deux variables aléatoires de même loi donnée par le tableau ci-dessous :

x_i	-2	-1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,2

On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes et on considère Y la variable aléatoire somme de ces deux variables aléatoires.

Affirmation 4
$P(Y = 4) = 0{,}25$.

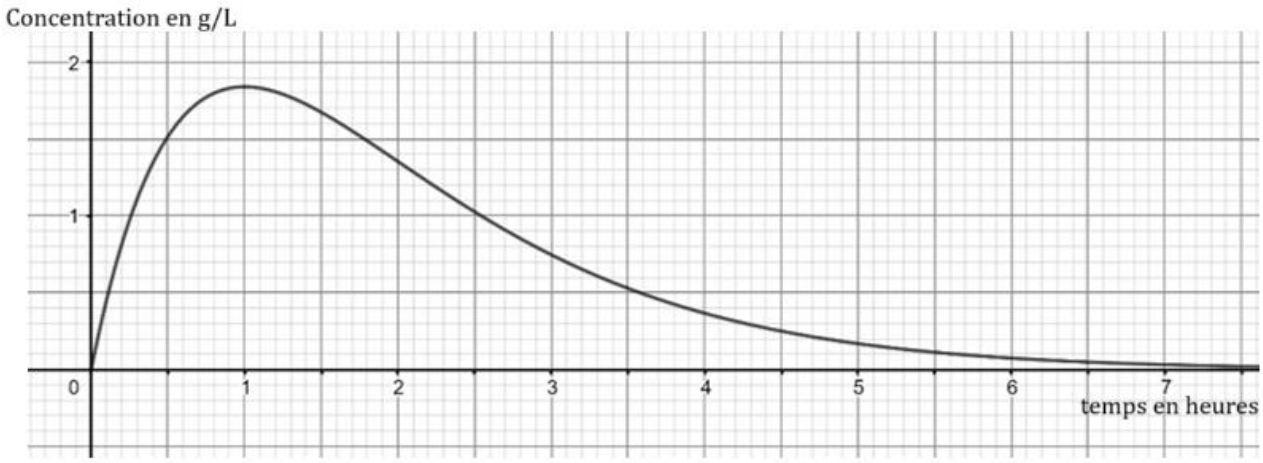
5. Un nageur s'entraîne dans l'objectif de parcourir le 50 mètres nage libre en moins de 25 secondes. Au fil des entraînements, il s'avère que la probabilité qu'il y parvienne s'établit à 0,85.
Il effectue, sur une journée, 20 parcours chronométrés sur 50 mètres. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où il nage cette distance en moins de 25 secondes lors de cette journée.
On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}85$.

Affirmation 5
Sachant qu'il a atteint au moins 15 fois son objectif, une valeur approchée à 10^{-3} de la probabilité qu'il l'ait atteint au moins 18 fois est $0{,}434$.

EXERCICE 3 – 6 points

On se propose d'étudier la concentration dans le sang d'un médicament ingéré par une personne pour la première fois. Soit t le temps (en heures) écoulé depuis l'ingestion de ce médicament. On admet que la concentration de ce médicament dans le sang, en gramme par litre de sang, est modélisée par une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

Partie A : lectures graphiques



On a représenté ci-dessus la courbe représentative de la fonction f.
Avec la précision permise par le graphique, donner sans justification :

1. Le temps écoulé depuis l'instant de l'ingestion de ce médicament et l'instant où la concentration de médicament dans le sang est maximale selon ce modèle.
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(t) \geq 1$.
3. La convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 8]$.

Partie B : détermination de la fonction f

On considère l'équation différentielle $(E) : y' + y = 5\mathrm{e}^{-t}$, d'inconnue y, où y est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

On admet que la fonction f est une solution de l'équation différentielle (E).

1. Résoudre l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.
2. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $u(t) = at\mathrm{e}^{-t}$ avec $a \in \mathbf{R}$.
   Déterminer la valeur du réel a telle que la fonction u soit solution de l'équation (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
4. La personne n'ayant pas pris ce médicament auparavant, on admet que $f(0) = 0$.
   Déterminer l'expression de la fonction f.

Partie C : étude de la fonction f

Dans cette partie, on admet que f est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 5t\mathrm{e}^{-t}$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation complet.

3. Démontrer qu'il existe deux réels t_1 et t_2 tels que $f(t_1) = f(t_2) = 1$.
On donnera une valeur approchée à 10^{-2} des réels t_1 et t_2.

4. Pour une concentration du médicament supérieure ou égale à 1 gramme par litre de sang, il y a un risque de somnolence.
Quelle est la durée en heures et minutes du risque de somnolence lors de la prise de ce médicament ?

Partie D : concentration moyenne

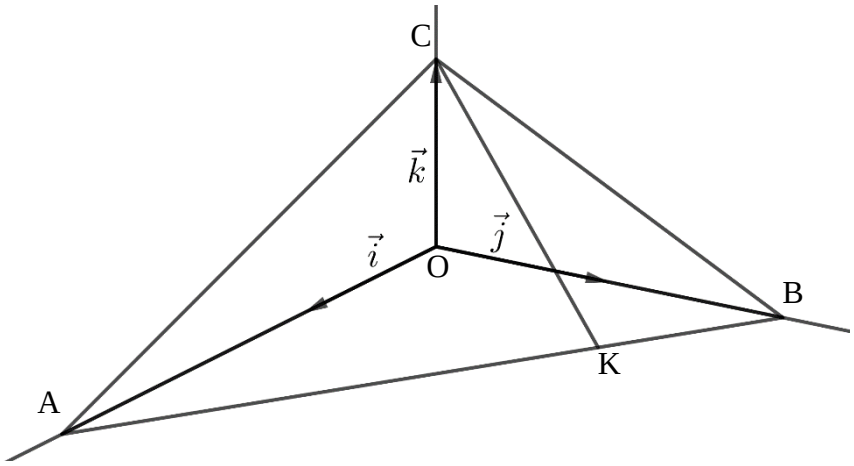
La concentration moyenne du médicament (en gramme par litre de sang) durant la première heure est donnée par :

$$T_m = \int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$$

où f est la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 5t\mathrm{e}^{-t}$.

Calculer cette concentration moyenne.
On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à $0{,}01$ près.

EXERCICE 4 – 5 points



L'espace est muni d'un repère orthonormé $(0\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k})$.

On considère les points $A(2\sqrt{3}\,;0\,;0)$, $B(0\,;2\,;0)$, $C(0\,;0\,;1)$ et $K\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\frac{3}{2}\,;0\right)$.

1. Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (CK) est :

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{3}{2}t \\ z = -t+1 \end{cases} \qquad (t \in \mathbf{R}).$$

2. Soit $M(t)$ un point de la droite (CK) paramétrée par un réel t.
Établir que $OM(t) = \sqrt{4t^2 - 2t + 1}$.

3. Soit f la fonction définie et dérivable sur **R** par $f(t) = OM(t)$.

a. Étudier les variations de la fonction f sur **R**.

b. En déduire la valeur de t pour laquelle f atteint son minimum.

4. En déduire que le point $H\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\,;\,\frac{3}{8}\,;\,\frac{3}{4}\right)$ est le projeté orthogonal du point O sur la droite (CK).

5. Démontrer, à l'aide de l'outil produit scalaire, que le point H est l'orthocentre (*intersection des hauteurs d'un triangle*) du triangle ABC.

6. **a.** Démontrer que la droite (OH) est orthogonale au plan (ABC).

b. En déduire une équation du plan (ABC).

7. Calculer, en unité d'aire, l'aire du triangle ABC.