Bac Général Maths + NSI (Mathématiques et Numérique et sciences informatiques)

SUJET D'EXAMEN (SESSION OFFICIELLE)

Mathématiques - Session 2023

Sujet de l'examen national tel que publié pour la session indiquée. Source : sujets nationaux publiés par le ministère chargé de l'examen et les services académiques. Document mis à disposition par FormaV pour la révision.

Toutes les annales et leurs corrigés : https://bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

Baccalauréat Polynésie 14 mars 2023

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 5 points **Thème : probabilités, suites**

Les parties A *et* B *peuvent être traitées indépendamment*

Partie A

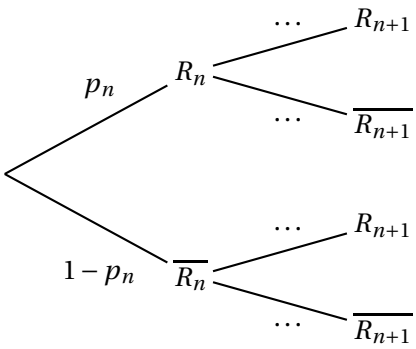
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans 90 % des cas le jour suivant ;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans 70 % des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier naturel n :

- R_n l'évènement : « L'athlète réussit à franchir la haie lors de la n-ième séance »,
- p_n la probabilité de l'évènement R_n. On considère que $p_0 = 0,6$.

1. Soit n un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel n, on a :

$$p_{n+1} = 0,6p_n + 0,3.$$

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = p_n - 0,75$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Démontrer que, pour tout entier n naturel n :

$$p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n.$$

c. En déduire que la suite (p_n) est convergente et déterminer sa limite ℓ.

d. Interpréter la valeur de ℓ dans le cadre de l'exercice.

Partie B

Apres de nombreuses séances d'entraînement, l'entraineur estime maintenant que l'athlète franchit chaque haie avec une probabilité de 0,75 et ce indépendamment d'avoir franchi ou non les haies précédentes.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de haies franchies par l'athlète à l'issue d'un 400 mètres haies qui comporte 10 haies,

1. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.
2. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que l'athlète franchisse les 10 haies.
3. Calculer $p(X \geqslant 9)$, à 10^{-3} près,

EXERCICE 2 5 points **Thème : géométrie dans l'espace**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- le point A$(1 ; -1 ; -1)$;
- le plan $\mathscr{P}_1$, d'équation : $5x+2y+4z=17$;
- le plan $\mathscr{P}_2$ d'équation : $10x+14y+3z=19$;
- la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= -t \\ z &= 3-2t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

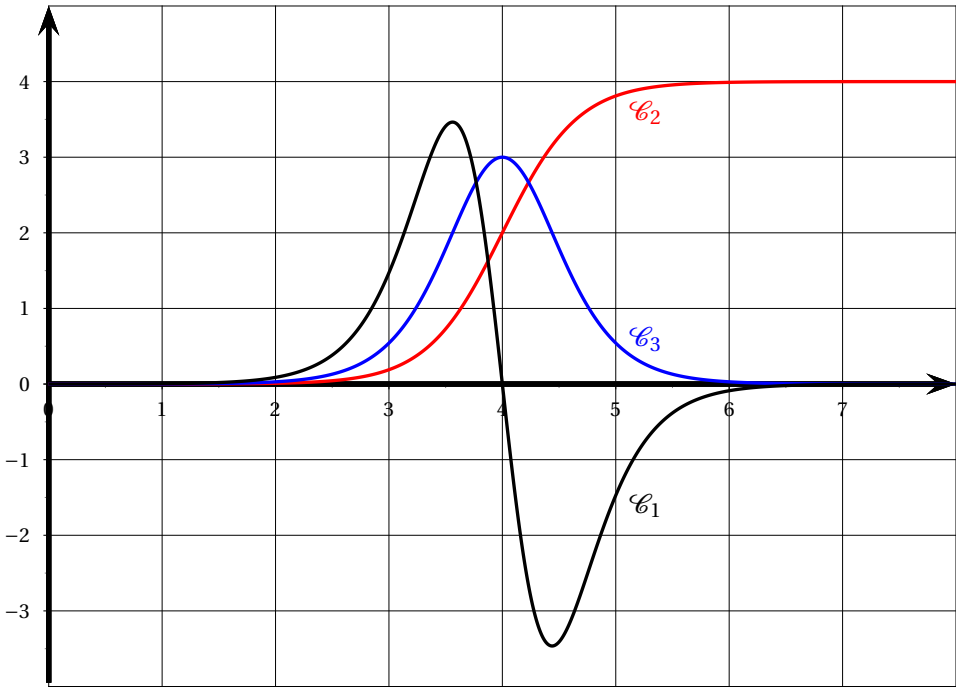
1. Justifier que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas parallèles.
2. Démontrer que $\mathscr{D}$ est la droite d'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.
3. **a.** Vérifier que A n'appartient pas à $\mathscr{P}_1$.
   b. Justifier que A n'appartient pas à $\mathscr{D}$.
4. Pour tout réel t, on note M le point de $\mathscr{D}$ de coordonnées $(1+2t ; -t ; 3-2t)$.
   On considère alors la fonction f qui à tout réel t associe $\text{A}M^2$, soit $f(t) = \text{A}M^2$.
   a. Démontrer que pour tout réel t, on a : $f(t) = 9t^2 - 18t + 17$.
   b. Démontrer que la distance AM est minimale lorsque M a pour coordonnées $(3 ; -1 ; 1)$.
5. On note H le point de coordonnées $(3 ; -1 ; 1)$.
   Démontrer que la droite (AH) est perpendiculaire à $\mathscr{D}$.

EXERCICE 3 5 points **Thème : étude de fonctions**

Les parties A *et* B *peuvent être traitées indépendamment*

Partie A

Le plan est ramené à un repère orthogonal.
On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, ainsi que celle de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.



1. Déterminer, en justifiant votre choix, quelle courbe correspond à quelle fonction.
2. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_2$ au point d'abscisse 4.
3. Donner avec la précision permise par le graphique, l'abscisse de chaque point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_1$.

Partie B

Soit un réel k strictement positif.
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{4}{1+\mathrm{e}^{-kx}}.$$

1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$,
2. Prouver que $g'(0) = k$.
3. En admettant le résultat ci-dessous obtenu avec un logiciel de calcul formel, prouver que la courbe de g admet un point d'inflexion au point d'abscisse 0.

▷ Calcul formel	
1	g(x) =4/(1 + e^(-kx))
	$\rightarrow g(x) = \dfrac{4}{\mathrm{e}^{-kx}+1}$
2	Simplifier($g''(x)$)
	$\rightarrow g''(x) = -4\mathrm{e}^{kx}\left(\mathrm{e}^{kx}-1\right)\dfrac{k^2}{\left(\mathrm{e}^{kx}+1\right)^3}$

EXERCICE 4 5 points **Thème : suites, fonction logarithme, algorithmique**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point :

1. **Affirmation :** La suite u définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ est bornée.

2. **Affirmation :** Toute suite bornée est convergente.

3. **Affirmation :** Toute suite croissante tend vers $+\infty$.

4. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2+2x+2\right)$.

   Affirmation : La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-3\,;\,1]$.

5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous qui prend une liste L de nombres en paramètre.

   On rappelle que `len(L)` renvoie la longueur, c'est-à-dire le nombre d'éléments de la liste L.

```
def mystere(L) :
    M = L[0]
    # On initialise M avec le premier élément de la liste L
    for i in range(len(L)) :
      if L[i] > M :
        M = L[i]
    return M
```

   Affirmation : L'exécution de `mystere( [2, 3, 7,0 ,6, 3, 2, 0, 5])` renvoie 7.