Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + NSI, veuillez visiter :
bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

∽ Corrigé du baccalauréat spécialité Jour 2 ∾
Métropole Antilles-Guyane 9 septembre 2022

Exercice 1 **7 points** **Thèmes : probabilités**

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain.
Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.
On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

— Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4 ;

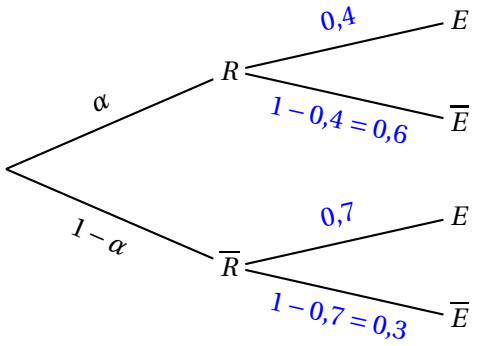
— Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7 ;

— La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.
On considère les évènements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route » ;
- E : « le client loue un vélo électrique » ;
- $\overline{R}$ et $\overline{E}$, évènements contraires de R et E.

1. On complète l'arbre proposé.



2. **a.** D'après la formule des probabilités totales :
$p(E) = p(R \cap E) + p\left(\overline{R} \cap E\right) = \alpha \times 0{,}4 + (1-\alpha) \times 0{,}7 = 0{,}4\alpha + 0{,}7 - 0{,}7\alpha = 0{,}7 - 0{,}3\alpha$.

b. La probabilité que le client loue un vélo électrique est $p(E) = 0{,}58$.
Or $p(E) = 0{,}7 - 0{,}3\alpha$. Donc $0{,}7 - 0{,}3\alpha = 0{,}58$ ce qui équivaut à $0{,}7 - 0{,}58 = 0{,}3\alpha$ ou encore $0{,}12 = 0{,}3\alpha$ soit $\alpha = 0{,}4$.

3. On sait que le client a loué un vélo électrique.
La probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain est :

$$p_E\left(\overline{R}\right) = \frac{p\left(\overline{R} \cap E\right)}{p(E)} = \frac{(1-0{,}4) \times 0{,}7}{0{,}58} = \frac{0{,}42}{0{,}58} \approx 0{,}72.$$

4. La probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique est : $p\left(\overline{R} \cap E\right) = 0{,}42$.

5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros. Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.

On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.

a. On a quatre possibilités.

- La location d'un vélo de route non électrique coûte 25 €.
  Cela correspond à l'évènement $R \cap \overline{E}$ de probabilité $0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24$.
- La location d'un vélo de route électrique coûte $25 + 15$ soit 40 €.
  Cela correspond à l'évènement $R \cap E$ de probabilité $0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$.
- La location d'un vélo tout terrain non électrique coûte 35 €.
  Cela correspond à l'évènement $\overline{R} \cap \overline{E}$ de probabilité $0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}18$.
- La location d'un vélo tout terrain électrique coûte $35 + 15$ soit 50 €.
  Cela correspond à l'évènement $\overline{R} \cap E$ de probabilité $0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42$.

On établit la loi de probabilité de X :

x_i	25	35	40	50
$p_i = p(X = x_i)$	0,24	0,18	0,16	0,42

b. L'espérance mathématique de X est :
$E(X) = \sum x_i \times p_i = 25 \times 0{,}24 + 35 \times 0{,}18 + 40 \times 0{,}16 + 50 \times 0{,}42 = 39{,}7$.
Le coût moyen d'une location est donc de 39,70 euros.

6. Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise. On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.

On rappelle que la probabilité de l'évènement E est : $p(E) = 0{,}58$.

a. Il s'agit d'une répétition de 30 épreuves identiques et indépendantes n'ayant que deux issues, la probabilité du succès pour une épreuve étant égale à 0,58.

Donc la variable aléatoire Y qui donne le nombre de succès sur 30 tirages, suit une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0{,}58$.

b. La probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique est :
$p(Y = 20) = \binom{30}{20} \times 0{,}58^{20} \times (1 - 0{,}58)^{30-20} \approx 0{,}095$.

c. La probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique est :
$p(Y \geqslant 15) = 1 - p(Y \leqslant 14) \approx 1 - 0{,}14190 \approx 0{,}858$.

Exercice 2 **7 points** **Thèmes : suites, fonctions**

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définie par $a_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$.
On peut affirmer que :

a. (a_n) est arithmétique ; **b.** (b_n) est géométrique ;
c. (a_n) est géométrique ; **d.** (b_n) est arithmétique.

$b_n = a_n - 2$ donc $a_n = b_n + 2$.
$b_{n+1} = a_{n+1} - 2 = 0{,}5a_n + 1 - 2 = 0{,}5(b_n + 2) - 1 = 0{,}5b_n + 1 - 1 = 0{,}5b_n$
donc la suite (b_n) est géométrique de raison 0,5. **Réponse b.**

Dans les questions 2. et 3., on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2,\ v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \begin{cases} u_{n+1} = u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = u_n + v_n. \end{cases}$$

2. On peut affirmer que :

a. $\begin{cases} u_2 = 5 \\ v_2 = 3 \end{cases}$ **b.** $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2$ **c.** $\dfrac{u_2}{v_2} = 1{,}75$ **d.** $5u_1 = 3v_1$.

$\begin{cases} u_1 = u_0 + 3v_0 = 2 + 3 \times 1 = 5 \\ v_1 = u_0 + v_0 = 2 + 1 = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} u_2 = u_1 + 3v_1 = 5 + 3 \times 3 = 14 \\ v_2 = u_1 + v_1 = 5 + 3 = 8 \end{cases}$
$\dfrac{u_2}{v_2} = \dfrac{14}{8} = 1{,}75$ **Réponse c.**

3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

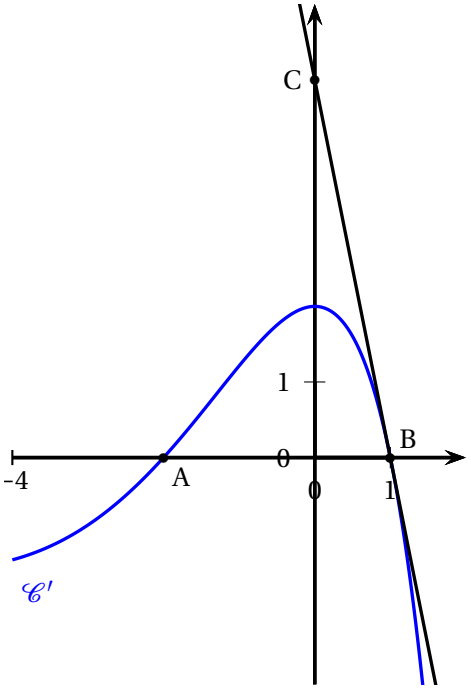
```
def valeurs() :
  u = 2
  v = 1
  for k in range(1,11) :
    c = u
    u = u + 3*v
    v = c + v
  return (u,v)
```

Ce programme renvoie :

a. u_{11} et v_{11} ; **b.** u_{10} et v_{11} ; **c.** les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10 ; **d.** u_{10} et v_{10}.

Réponse d.

Pour les questions 4. et 5., on considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\,;\,2]$. On note f' la fonction dérivée de f et f'' la dérivée seconde de f.
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan. On donne de plus les points A$(-2\,;\,0)$, B$(1\,;\,0)$ et C$(0\,;\,5)$.



4. La fonction f est :

a. concave sur $[-2\,;\,1]$; **b.** convexe sur $[-4\,;\,0]$;
c. convexe sur $[-2\,;\,1]$; **d.** convexe sur $[0\,;2]$.

La fonction f' est croissante sur $[-4\,;0]$ donc la fonction f est convexe sur cet intervalle. **Réponse b.**

5. On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}'$ au point B. On a :

a. $f'(1) < 0$; **b.** $f'(1) = 5$;
c. $f''(1) > 0$; **d.** $f''(1) = -5$.

Le coefficient directeur de la droite (BC) est égal à $f''(1)$. **Réponse d.**

6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2+1\right)\mathrm{e}^x$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x$; **b.** $F(x) = \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x - 2$;
c. $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x + 1$; **d.** $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x$.

Pour la fonction F de la réponse a. on a $F(0) = 3$, et pour la fonction F de la réponse d., on a $F(0) = 0$. On peut donc éliminer ces deux réponses et tester les deux autres.
Si $F(x) = \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x - 2$,
alors $F'(x) = (2x-2)\,\mathrm{e}^x + \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x = \left(x^2+1\right)\mathrm{e}^x = f(x)$.
De plus $F(0) = 3\,\mathrm{e}^0 - 2 = 1$. **Réponse b.**

Exercice 3 **7 points** **Thèmes : fonction logarithme, suites**

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x - x\ln x$,
où ln désigne la fonction logarithme népérien.

Partie A

1. On cherche la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.
On sait que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x\ln x = 0$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = 0$.

2. On cherche la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
$f(x) = x(1-\ln x)$.
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} 1-\ln x = -\infty$
Par produit de limites, on déduit : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

3. On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

a. Pour tout réel $x>0$, on a : $f'(x) = 1 - 1\times\ln x - x\times\dfrac{1}{x} = -\ln x$.

b. On détermine le signe de $f'(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

$f(1) = 1-\ln 1 = 1$; on établit le tableau des variations de la fonction f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 0	↗	1	↘	$-\infty$

4. On résout l'équation $f(x) = x$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
$f(x) = x \iff x - x\ln x = x \iff -x\ln x = 0 \iff \ln x = 0 \iff x = 1$

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser avec profit certains résultats de la partie A.
On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0{,}5 \\ u_{n+1} &= u_n - u_n\ln u_n \text{ pour tout entier naturel } n, \end{cases}$$

Ainsi, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. On rappelle que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1]$.
Soit $\mathscr{P}_n$ la propriété : $0{,}5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

- Pour $n=0$, $u_n = u_0 = 0{,}5$ et $u_1 = f(u_0) = f(0{,}5) \approx 0{,}85$.
  On a donc $0{,}5 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$, ce qui vaut dire que $\mathscr{P}_0$ est vraie.
- On suppose la propriété vraie au rang n, c'est-à-dire que $0{,}5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
  La fonction f est croissante sur $[0{,}5\,;\,1]$ donc $f(0{,}5) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$.
  Or $f(0{,}5) \approx 0{,}85 \geqslant 0{,}5$, $f(u_n) = u_{n+1}$, $f(u_{n+1}) = u_{n+2}$ et $f(1) = 1$.
  On a donc : $0{,}5 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$, donc la propriété $\mathscr{P}_{n+1}$ est vraie.

- La propriété $\mathscr{P}_n$ est vraie au rang 0 ; de plus elle est héréditaire. Donc, d'après le principe de récurrence, la propriété est vraie pour tout entier naturel n.

On a donc démontré que, pour tout entier naturel n, on a : $0{,}5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

2. **a.** Des inégalités $0{,}5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$, on peut déduire :

- $u_n \leqslant u_{n+1}$ donc la suite (u_n) est croissante ;
- $u_n \leqslant 1$ donc la suite (u_n) est majorée par 1.

D'après le théorème de la convergence monotone, on peut en déduire que la suite (u_n) est convergente.

b. On note ℓ la limite de la suite (u_n).

Pour tout n, on a $f(u_n) = u_{n+1}$. La fonction f étant continue, la limite ℓ de la suite (u_n) vérifie donc $f(\ell) = \ell$.

L'équation $f(x) = x$ a pour solution $x = 1$ donc on peut dire que $\ell = 1$.

Partie C

Pour un nombre réel k quelconque, on considère la fonction f_k définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f_k(x) = kx - x\ln x$.

1. On étudie les variations de la fonction f_k.

$f_k'(x) = k - \ln x - x \times \dfrac{1}{x} = k - 1 - \ln x$

- $f_k'(x) = 0 \iff k - 1 - \ln x = 0 \iff k - 1 = \ln x \iff \mathrm{e}^{k-1} = x$
- $f_k'(x) > 0 \iff k - 1 - \ln x > 0 \iff k - 1 > \ln x \iff \mathrm{e}^{k-1} > x$

Donc $f_k'(x) > 0$ si $x < \mathrm{e}^{k-1}$, $f_k'(x) = 0$ si $x = \mathrm{e}^{k-1}$ et $f_k'(x) < 0$ si $x > \mathrm{e}^{k-1}$.

On en déduit que la fonction f_k admet un maximum y_k atteint pour $x_k = \mathrm{e}^{k-1}$.

2. $x_k = \mathrm{e}^{k-1}$ donc

$y_k = f_k(x_k) = kx_k - x_k \ln x_k = k\,\mathrm{e}^{k-1} - \mathrm{e}^{k-1}\ln \mathrm{e}^{k-1} = k\,\mathrm{e}^{k-1} - \mathrm{e}^{k-1}(k-1)$
$= k\,\mathrm{e}^{k-1} - k\,\mathrm{e}^{k-1} + \mathrm{e}^{k-1} = \mathrm{e}^{k-1} = x_k$.

Exercice 4 **7 points** **Thèmes : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère :

- la droite $\mathscr{D}$ passant par le point A(2 ; 4 ; 0) et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$;
- la droite $\mathscr{D}'$ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

1. **a.** La droite $\mathscr{D}'$ a pour vecteur directeur $\vec{u'}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

b. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ ne sont pas parallèles.

c. La droite $\mathscr{D}$ est l'ensemble des points $\mathrm{M}(x\,;y\,;z)$ tels que $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\vec{u}$ soient colinéaires, c'est-à-dire $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = t.\vec{u}$ avec $t \in \mathbb{R}$, soit : $\begin{cases} x-2 &= t \\ y-4 &= 2t \\ z-0 &= 0t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

La droite $\mathscr{D}$ a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 4+2t \\ z &= 0 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

On admet dans la suite de cet exercice qu'il existe une unique droite Δ perpendiculaire aux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$. Cette droite Δ coupe chacune des droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$. On appellera M le point d'intersection de Δ et $\mathscr{D}$, et M$'$ le point d'intersection de Δ et $\mathscr{D}'$.
On se propose de déterminer la distance MM$'$ appelée « distance entre les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ ».

2. Soit le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$.

- $\vec{v}\cdot\vec{u} = 2\times 1+(-1)\times 2+1\times 0 = 0$ donc $\vec{v}\perp\vec{u}$.
- $\vec{v}\cdot\vec{u'} = 2\times 0+(-1)\times 1+1\times 1 = 0$ donc $\vec{v}\perp\vec{u'}$.

Le vecteur $\vec{v}$ est donc orthogonal aux deux vecteurs directeurs de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$, donc c'est un vecteur directeur de leur perpendiculaire commune Δ.

3. On note $\mathscr{P}$ le plan contenant les droites $\mathscr{D}$ et Δ, c'est-à-dire le plan passant par le point A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

a. Soit le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\\-5\end{pmatrix}$.

- $\vec{n}\cdot\vec{u} = 2\times 1+(-1)\times 2+(-5)\times 0 = 0$ donc $\vec{n}\perp\vec{u}$.
- $\vec{n}\cdot\vec{v} = 2\times 2+(-1)\times(-1)+(-5)\times 1 = 0$ donc $\vec{n}\perp\vec{v}$.

Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan $\mathscr{P}$, donc le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$.

b. Le plan $\mathscr{P}$ est le plan ayant $\vec{n}$ comme vecteur normal et passant par A, donc c'est l'ensemble des points $\mathrm{P}(x\,;y\,;z)$ tels que $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\perp\vec{n}$.

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x-2\\y-4\\z\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\perp\vec{n} \iff \overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\vec{n} \iff (x-2)\times 2+(y-4)\times(-1)+z\times(-5) = 0$$
$$\iff 2x-4-y+4-5z = 0 \iff 2x-y-5z = 0$$

Donc une équation du plan $\mathscr{P}$ est : $2x-y-5z = 0$.

c. On rappelle que M′ est le point d'intersection des droites Δ et $\mathscr{D}'$.
Le plan $\mathscr{P}$ contient la droite Δ et M′ est un point de la droite Δ ; donc M′ est un point du plan $\mathscr{P}$. M′ appartient à $\mathscr{D}'$ et à $\mathscr{P}$ donc M′ est le point d'intersection de la droite $\mathscr{D}'$ et du plan $\mathscr{P}$.
Les coordonnées $(x\,;y\,;z)$ de M′ vérifient donc le système $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 3+t \\ z &= 3+t \\ 2x-y-5z &= 0 \end{cases}$
$2x-y-5z=0$ devient $2\times3-(3+t)-5(3+t)=0$ soit $6-3-t-15-5t=0$ ou encore $-12=6t$ ce qui donne $t=-2$.
$x=3$; $y=3+t=3-2=1$ et $z=3+t=1$
Les coordonnées du point M′ sont donc $(3\,;1\,;1)$.

4. **a.** La droite Δ a pour vecteur directeur $\vec{v}$ et passe par le point M′, donc elle a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x &= 3+2t' \\ y &= 1-t' \\ z &= 1+t' \end{cases}$ $t'\in\mathbb{R}$.

b. Le point M est le point d'intersection de $\mathscr{D}$ et de Δ donc ses coordonnées $(x\,;y\,;z)$ sont solutions du système : $\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 4+2t \\ z &= 0 \\ x &= 3+2t' \\ y &= 1-t' \\ z &= 1+t' \end{cases}$
On a donc $\begin{cases} 2+t &= 3+2t' \\ 4+2t &= 1-t' \\ 0 &= 1+t' \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} t &= -1 \\ -1 &= t' \end{cases}$
$\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 4+2t \\ z &= 0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x &= 1 \\ y &= 2 \\ z &= 0 \end{cases}$
Donc le point M a pour coordonnées $(1\,;2\,;0)$.

c. $\text{MM}' = \sqrt{(x_{\text{M}'}-x_{\text{M}})^2+(y_{\text{M}'}-y_{\text{M}})^2+(z_{\text{M}'}-z_{\text{M}})^2}$
$= \sqrt{(3-1)^2+(1-2)^2+(1-0)^2} = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

5. On considère la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x &= 5t \\ y &= 2+5t \\ z &= 1+t \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$.

a. On cherche l'intersection de la droite d et du plan $\mathscr{P}$, et pour cela on résout le système : $\begin{cases} x &= 5t \\ y &= 2+5t \\ z &= 1+t \\ 2x-y-5z &= 0 \end{cases}$
On a donc $2\times(5t)-(2+5t)-5(1+t)=0$ soit $10t-2-5t-5-5t=0$ ou $0t=7$.
Le système n'a pas de solution donc la droite d est strictement parallèle à $\mathscr{P}$.

b. On note ℓ la distance d'un point N de la droite d au plan $\mathscr{P}$.

On veut exprimer le volume V du tétraèdre ANMM′ en fonction de ℓ.

$V = \dfrac{1}{3} \times B \times h$ où B désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

Les points A, M et M′ appartiennent au plan $\mathscr{P}$ donc le triangle AMM′ forme une base du tétraèdre dont la hauteur est la distance du point N au plan $\mathscr{P}$, c'est-à-dire ℓ.

La droite Δ est la perpendiculaire commune à $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ donc $\mathscr{D}$ est perpendiculaire à Δ.

A appartient à $\mathscr{D}$, M est le point d'intersection de $\mathscr{D}$ et de Δ, M′ appartient à Δ, et les droites $\mathscr{D}$ et Δ sont perpendiculaires. On peut en déduire que le triangle AMM′ est rectangle en M.

$$\begin{aligned}\text{AM} &= \sqrt{(x_\text{M} - x_\text{A})^2 + (y_\text{M} - y_\text{A})^2 + (z_\text{M} - z_\text{A})^2} \\ &= \sqrt{(1-2)^2 + (2-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

L'aire de la base, c'est-à-dire AMM′ vaut $\dfrac{1}{2} \times \text{AM} \times \text{MM}' = \dfrac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{2} = \dfrac{\sqrt{30}}{2}$.

Le volume du tétraèdre vaut donc $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{\sqrt{30}}{2} \times \ell = \dfrac{\ell\sqrt{30}}{6}$.

c. N_1 et N_2 sont deux points quelconques de la droite d.

La droite d est strictement parallèle au plan $\mathscr{P}$ donc les distances de N_1 et N_2 au plan $\mathscr{P}$ sont égales.

Les bases des tétraèdres $\text{AN}_1\text{MM}'$ et $\text{AN}_2\text{MM}'$ sont identiques (le triangle AMM′).

Donc les tétraèdres $\text{AN}_1\text{MM}'$ et $\text{AN}_2\text{MM}'$ ont le même volume.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.