Bac Général Maths + NSI (Mathématiques et Numérique et sciences informatiques)

SUJET D'EXAMEN (SESSION OFFICIELLE)

Mathématiques - Session 2022

Sujet de l'examen national tel que publié pour la session indiquée. Source : sujets nationaux publiés par le ministère chargé de l'examen et les services académiques. Document mis à disposition par FormaV pour la révision.

Toutes les annales et leurs corrigés : https://bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

∽ Baccalauréat spécialité 2022 ∾

L'intégrale de mai à novembre 2022

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Polynésie 4 mai 2022 3
Polynésie 5 mai 2022 7
Métropole 11 mai 2022 11
Centres étrangers 11 mai 2022 16
Métropole 12 mai 2022 21
Centres étrangers 12 mai 2022 27
Asie 17 mai 2022 32
Asie 18 mai 2022 38
Groupe I 18 mai 2022 43
Amérique du Nord 18 mai 2022 48
Groupe I 19 mai 2022 51
Amérique du Nord 19 mai 2022 56
Polynésie 30 août 2022 61
Métropole 9 septembre 2022 66
Métropole 10 septembre 2022 71
Amérique du Sud 26 septembre 2022 76
Amérique du Sud 27 septembre 2022 80
Nouvelle-Calédonie 26 octobre 2022 84
Nouvelle-Calédonie 27 octobre 2022 88

À la fin index des notions abordées

Baccalauréat Polynésie 4 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 7 points **Thèmes : fonctions, suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln\left(x^2+x+1\right).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ **b.** $g'(x) = \dfrac{1}{x^2+x+1}$

c. $g'(x) = \ln(2x+1)$ **d.** $g'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

2. La fonction $x \longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ la fonction :

a. $x \longmapsto \ln(x)$ **b.** $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ **c.** $x \longmapsto x\ln(x)-x$ **d.** $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$ **b.** -1 **c.** 1 **d.** $+\infty$

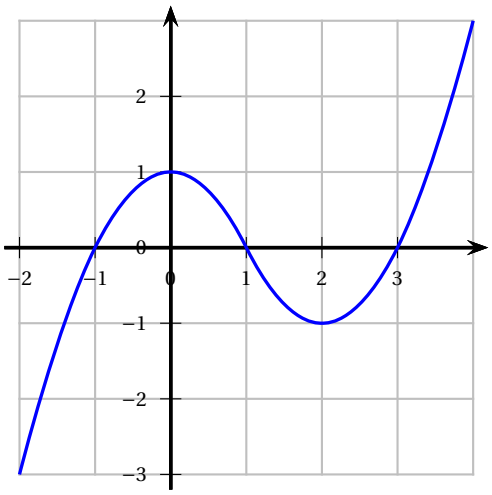
4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2\,;\,2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$ est donné par :

x	-2		-1		0		2
variations de f'	1	↘	0	↘	-2	↗	-1

La fonction f est :

a. convexe sur $[-2\,;\,-1]$
b. concave sur $[0\,;\,1]$
c. convexe sur $[-1\,;\,2]$
d. concave sur $[-2\,;\,0]$

5. On donne ci-dessus la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f', déterminer l'affirmation correcte pour f :

a. f est décroissante sur $[0\,;\,2]$
b. f est décroissante sur $[-1\,;\,0]$
c. f admet un maximum en 1 sur $[0\,;2]$
d. f admet un maximum en 3 sur $[2\,;\,4]$

6. Une action est cotée à 57 €. Sa valeur augmente de 3 % tous les mois.
La fonction python seuil() qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 € est :

a.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v < 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

b.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v > 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

c.
```
def seuil() :
    v=57
    for i in range (200) :
        v = v*1.03
    return v
```

d.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    if v < 200 :
        m=m+1
    else :
        v = v*1.03
    return m
```

EXERCICE 2 7 points — Thèmes : probabilités

Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont affectés par une certaine maladie.

Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie. Ce test a les caractéristiques suivantes :

- Pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20 % des cas ;
- Pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1 % des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.
On considère les évènements suivants :

- M « la personne est malade » ;
- T « le test est positif ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $M \cap T$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif, est de 0,065 3.

3. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?

4. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

5. On choisit des personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'individus ayant un test positif parmi les 10 personnes.

a. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.

b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

6. Déterminer le nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elle ait un test positif, soit supérieur à 99 %.

EXERCICE 3 7 points — Thèmes : suites

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$$

1. **a.** Calculer les termes u_1, u_2 et u_3. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

b. Recopier le script python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que liste(k) prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k.

```
1. def liste(k) :
2.     L = []
3.     u = ...
4.     for i in range(0, k+1) :
5.         L.append(u)
6.         u = ...
7.     return(L)
```

2. On admet que, pour tout entier naturel n, u_n est strictement positif.
Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

3. En déduire que la suite (u_n) converge.

4. Déterminer la valeur de sa limite.

5. **a.** Conjecturer une expression de u_n en fonction de n.

b. Démontrer par récurrence la conjecture précédente.

EXERCICE 4 7 points **Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

L'espace est rapporté un repère orthonormal où l'on considère :

- les points A(2 ; −1 ; 0) B(1 ; 0 ; −3), C(6 ; 6 ; 1) et E(1 ; 2 ; 4) ;
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x - y - z + 4 = 0$.

1. **a.** Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\text{BA}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$ puis les longueurs BA et BC.

c. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$ arrondie au degré.

2. **a.** Démontrer que le plan $\mathscr{P}$ est parallèle au plan ABC.

b. En déduire une équation cartésienne du plan ABC.

c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ orthogonale au plan ABC et passant par le point E.

d. Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan ABC a pour coordonnées $\left(4 ; \dfrac{1}{2} ; \dfrac{5}{2}\right)$.

3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\mathscr{V} = \dfrac{1}{3}\mathscr{B}h$ où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur de la pyramide associée à cette base.

Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide ABCE est égal à 16,5 unités de volume.

Baccalauréat Polynésie 5 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 7 points **Thèmes : fonctions, primitives, probabilités**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x + 1.$$

Parmi les quatre expressions suivantes, laquelle est celle de la fonction dérivée de f ?

a. $\ln(x)$	**b.** $\dfrac{1}{x} - 1$	**c.** $\ln(x) - 2$	**d.** $\ln(x) - 1$

2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$.
Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

a. $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$	**b.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = -\infty$	**c.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 0$	**d.** La fonction g n'admet pas de limite en 0.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 0{,}9x^2 - 0{,}1x$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x) = H(2x)$	**b.** $K(x) = 2H(2x)$	**c.** $K(x) = \dfrac{1}{2}H(2x)$	**d.** $K(x) = 2H(x)$

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$ est :

a. $y = \mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**b.** $y = 2\mathrm{e}x - \mathrm{e}$	**c.** $y = 2\mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**d.** $y = \mathrm{e}x$

6. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $(0{,}2)^n < 0{,}001$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n \leqslant 4$	**b.** $n \leqslant 5$	**c.** $n \geqslant 4$	**d.** $n \geqslant 5$

EXERCICE 2 7 points — Thèmes : probabilités

Les douanes s'intéressent aux importations de casques audio portant le logo d'une certaine marque. Les saisies des douanes permettent d'estimer que :

- 20 % des casques audio portant le logo de cette marque sont des contrefaçons ;
- 2 % des casques non contrefaits présentent un défaut de conception ;
- 10 % des casques contrefaits présentent un défaut de conception.

L'agence des fraudes commande au hasard sur un site internet un casque affichant le logo de la marque. On considère les évènements suivants :

- C : « le casque est contrefait » ;
- D : « le casque présente un défaut de conception » ;
- $\overline{C}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les évènements contraires de C et D.

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités seront arrondies à 10^{-3} si nécessaire.

Partie 1

1. Calculer $P(C \cap D)$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Démontrer que $P(D) = 0{,}036$.

3. Le casque a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il soit contrefait ?

Partie 2

On commande n casques portant le logo de cette marque. On assimile cette expérience à un tirage aléatoire avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de casques présentant un défaut de conception dans ce lot.

1. Dans cette question, $n = 35$.

a. Justifier que X suit une loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$ où $n = 35$ et $p = 0{,}036$.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait parmi les casques commandés, exactement un casque présentant un défaut de conception.

c. Calculer $P(X \leqslant 1)$.

2. Dans cette question, n n'est pas fixé.

Quel doit être le nombre minimal de casques à commander pour que la probabilité qu'au moins un casque présente un défaut soit supérieur à 0,99 ?

EXERCICE 3 7 points — Thèmes : suites, fonctions

Au début de l'année 2021, une colonie d'oiseaux comptait 40 individus. L'observation conduit à modéliser l'évolution de la population par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 &= 40 \\ u_{n+1} &= 0{,}008u_n(200 - u_n) \end{cases}$$

où u_n désigne le nombre d'individus au début de l'année $(2021 + n)$.

1. Donner une estimation, selon ce modèle, du nombre d'oiseaux dans la colonie au début de l'année 2022.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,100]$ par $f(x) = 0{,}008x(200-x)$.

2. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,100]$ l'équation $f(x) = x$.

3. **a.** Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,100]$ et dresser son tableau de variations.

b. En remarquant que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$ démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n :

$$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 100.$$

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

d. Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

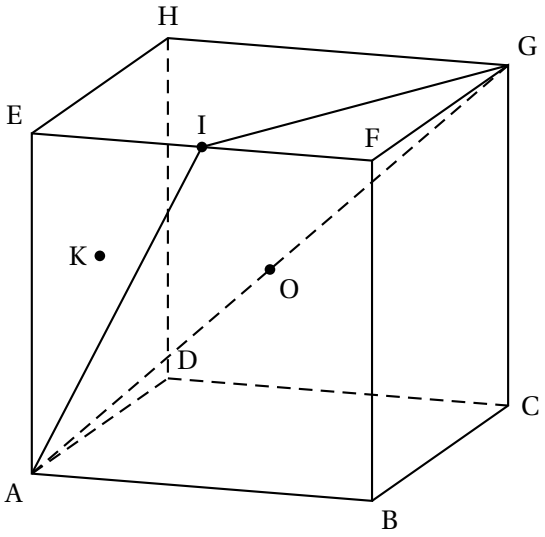
4. On considère l'algorithme suivant :

```
def seuil(p) :
    n=0
    u = 40
    while u < p :
      n =n+1
      u = 0.008*u*(200-u)
    return(n+2021)
```

L'exécution de seuil(100) ne renvoie aucune valeur. Expliquer pourquoi à l'aide de la question 3.

EXERCICE 4 7 points **Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1.
L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}},\overrightarrow{\text{AD}},\overrightarrow{\text{AE}}\right)$. Le point I est le milieu du segment [EF], K le centre du carré ADHE et O le milieu du segment [AG].



Le but de l'exercice est de calculer de deux manières différentes, la distance du point B *au plan (*AIG*).*

Partie 1. Première méthode

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, et G.
   On admet que les points I et K ont pour coordonnées $\text{I}\left(\frac{1}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$ et $\text{K}\left(0\,;\,\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right)$.
2. Démontrer que la droite (BK) est orthogonale au plan (AIG).
3. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (AIG) est : $2x - y - z = 0$.
4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BK).
5. En déduire que le projeté orthogonal L du point B sur le plan (AIG) a pour coordonnées $\text{L}\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
6. Déterminer la distance du point B au plan (AIG).

Partie 2. Deuxième méthode

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times b \times h$, où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

1. **a.** Justifier que dans le tétraèdre ABIG, [GF] est la hauteur relative à la base AIB.
   b. En déduire le volume du tétraèdre ABIG.
2. On admet que $\text{AI} = \text{IG} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ et que $\text{AG} = \sqrt{3}$.
   Démontrer que l'aire du triangle isocèle AIG est égale à $\frac{\sqrt{6}}{4}$ unité d'aire.
3. En déduire la distance du point B au plan (AIG).

Baccalauréat Métropole 11 mai 2022

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 (7 points) **Thèmes : fonction exponentielle, suites**

Dans le cadre d'un essai clinique on envisage deux protocoles de traitement d'une maladie.
L'objectif de cet exercice est d'étudier, pour ces deux protocoles, l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang d'un patient en fonction du temps.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Étude du premier protocole

Le premier protocole consiste à faire absorber un médicament, sous forme de comprimé, au patient.
On modélise la quantité de médicament présente dans le sang du patient, exprimée en mg, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(t) = 3te^{-0,5t+1},$$

où t désigne le temps, exprimé en heure, écoulé depuis la prise du comprimé.

1. **a.** On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Montrer que, pour tout nombre réel t de $[0\,;\,10]$, on a : $f'(t) = 3(-0,5t + 1)e^{-0,5t+1}$.

b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

c. Selon cette modélisation, au bout de combien de temps la quantité de médicament présente dans le sang du patient sera-t-elle maximale ?
Quelle est alors cette quantité maximale ?

2. **a.** Montrer que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ notée α, dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
On admet que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[2\,;\,10]$, notée β, et qu'une valeur approchée de β à 10^{-2} près est 3,46.

b. On considère que ce traitement est efficace lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5 mg.
Déterminer, à la minute près, la durée d'efficacité du médicament dans le cas de ce protocole.

Partie B : Étude du deuxième protocole

Le deuxième protocole consiste à injecter initialement au patient, par piqûre intraveineuse, une dose de 2 mg de médicament puis à réinjecter toutes les heures une dose de 1,8 mg.
On suppose que le médicament se diffuse instantanément dans le sang et qu'il est ensuite progressivement éliminé.

On estime que lorsqu'une heure s'est écoulée après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 30 % par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection.
On modélise cette situation à l'aide de la suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n désigne la quantité de médicament, exprimée en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n-ième heure. On a donc $u_0 = 2$.

1. Calculer, selon cette modélisation, la quantité u_1, de médicament (en mg) présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la première heure.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}7u_n + 1{,}8$.
3. **a.** Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant u_{n+1} < 6$.
   b. En déduire que la suite (u_n) est convergente. On note ℓ sa limite.
   c. Déterminer la valeur de ℓ. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
4. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 6 - u_n$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,7 dont on précisera le premier terme.
   b. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.
   c. Avec ce protocole, on arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5,5 mg.
   Déterminer, en détaillant les calculs, le nombre d'injections réalisées en appliquant ce protocole.

EXERCICE 2 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère :
- le point A de coordonnées $(-1 ; 1 ; 3)$,
- la droite $\mathscr{D}$ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 2+2t \end{cases}$

On admet que le point A n'appartient pas à la droite $\mathscr{D}$.

1. **a.** Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite $\mathscr{D}$.
   b. Montrer que le point B$(-1 ; 3 ; 0)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$.
   c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}$.
2. On note $\mathscr{P}$ le plan passant par le point A et orthogonal à la droite $\mathscr{D}$, et on appelle H le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite $\mathscr{D}$. Ainsi, H est le projeté orthogonal de A sur la droite $\mathscr{D}$.
   a. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ admet pour équation cartésienne : $2x - y + 2z - 3 = 0$.
   b. En déduire que le point H a pour coordonnées $\left(\frac{7}{9} ; \frac{19}{9} ; \frac{16}{9}\right)$.
   c. Calculer la longueur AH. On donnera une valeur exacte.
3. Dans cette question, on se propose de retrouver les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur la droite $\mathscr{D}$, par une autre méthode.
   On rappelle que le point B$(-1 ; 3 ; 0)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ et que le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$.
   a. Justifier qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{HB} = k\vec{u}$.
   b. Montrer que $k = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|^2}$.

c. Calculer la valeur du nombre réel k et retrouver les coordonnées du point H.

4. On considère un point C appartenant au plan $\mathscr{P}$ tel que le volume du tétraèdre ABCH soit égal à $\frac{8}{9}$.

Calculer l'aire du triangle ACH.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$ où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : probabilités**

Le directeur d'une grande entreprise a proposé à l'ensemble de ses salariés un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel.
Ce stage a été suivi par 25 % des salariés.

1. Dans cette entreprise, 52 % des salariés sont des femmes, parmi lesquelles 40 % ont suivi le stage.

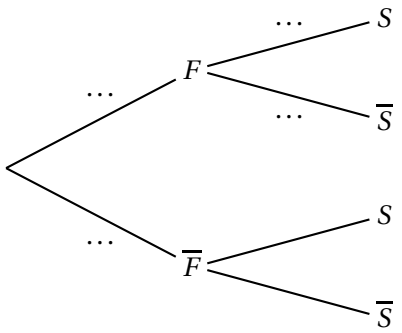
On interroge au hasard un salarié de l'entreprise et on considère les évènements :

- F : « le salarié interrogé est une femme »,
- S : « le salarié interrogé a suivi le stage ».

$\overline{F}$ et $\overline{S}$ désignent respectivement les évènements contraires des évènements F et S.

a. Donner la probabilité de l'évènement S.

b. Recopier et compléter les pointillés de l'arbre pondéré ci-contre sur les quatre branches indiquées.



c. Démontrer que la probabilité que la personne interrogée soit une femme ayant suivi le stage est égale à 0,208.

d. On sait que la personne interrogée a suivi le stage. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

e. Le directeur affirme que, parmi les hommes salariés de l'entreprise, moins de 10 % ont suivi le stage. Justifier l'affirmation du directeur.

2. On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 20 salariés de cette entreprise choisis au hasard associe le nombre de salariés de cet échantillon ayant suivi le stage. On suppose que l'effectif des salariés de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

a. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X.

b. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que 5 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

c. Le programme ci-dessous, écrit en langage Python, utilise la fonction **binomiale**(i,n,p) créée pour l'occasion qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p.

```
def proba(k) :
    P=0
    for i in range(0,k+1) :
        P=P+binomiale(i,20,0.25)
    return P
```

Déterminer, à 10^{-3} près, la valeur renvoyée par ce programme lorsque l'on saisit proba(5) dans la console Python.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

d. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au moins 6 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

3. Cette question est indépendante des questions 1 et 2.

Pour inciter les salariés à suivre le stage, l'entreprise avait décidé d'augmenter les salaires des salariés ayant suivi le stage de 5 %, contre 2 % d'augmentation pour les salariés n'ayant pas suivi le stage.

Quel est le pourcentage moyen d'augmentation des salaires de cette entreprise dans ces conditions ?

EXERCICE 4 (7 points) **Thème : fonctions numériques**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les six questions sont indépendantes

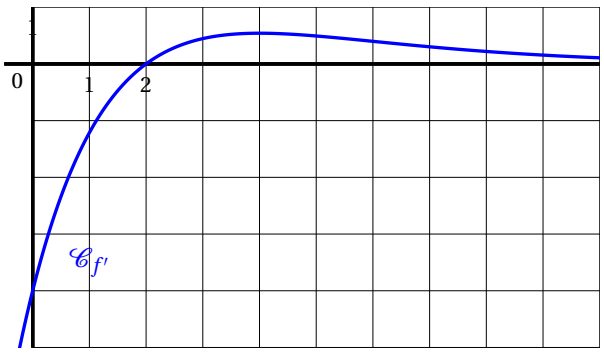
1. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

a. $x = -2$; **b.** $y = -1$;
c. $y = -2$; **d.** $y = 0$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{x^2}$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}e^{x^2}$; **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}e^{x^2}$
c. $F(x) = \left(1+2x^2\right)e^{x^2}$; **d.** $F(x) = \dfrac{1}{2}e^{x^2} + \dfrac{1}{2}$

3. On donne ci-contre la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de **la fonction dérivée f'** d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On peut affirmer que la fonction f est :
a. concave sur $]0\,;+\infty[$;
b. convexe sur $]0\,;+\infty[$;
c. convexe sur $[0\,;2]$;
d. convexe sur $[2\,;+\infty[$.



4. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{-x^2} + 2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$;
b. toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;
c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres décroissantes sur $\mathbb{R}$;
d. toutes sont croissantes sur $]-\infty\,;0]$ et décroissantes sur $[0\,;+\infty[$.

5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2\ln x}{3x^2+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{3}$; **b.** $+\infty$; **c.** $-\infty$; **d.** 0.

6. L'équation $\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}-12=0$ admet dans $\mathbb{R}$:

a. trois solutions; **b.** deux solutions; **c.** une seule solution; **d.** aucune solution.

Baccalauréat Centres étrangers [1] 11 mai 2022

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points). Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 — 7 points — **Thème : Fonction logarithme**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Les six questions sont indépendantes.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \ln\left(1+x^2\right)$.
Sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 2022$

a. n'admet aucune solution.
b. admet exactement une solution.
c. admet exactement deux solutions.
d. admet une infinité de solutions.

2. Soit la fonction g définie pour tout réel x strictement positif par :

$$g(x) = x\ln(x) - x^2$$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

a. La fonction g est convexe sur $]0\,;\,+\infty[$.
b. La fonction g est concave sur $]0\,;\,+\infty[$.
c. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement un point d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.
d. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement deux points d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. On considère la fonction f définie sur $]-1\,;\,1[$ par

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2}$$

Une primitive de la fonction f est la fonction g définie sur l'intervalle $]-1\,;\,1[$ par :

a. $g(x) = -\dfrac{1}{2}\ln\left(1-x^2\right)$
b. $g(x) = \dfrac{1+x^2}{\left(1-x^2\right)^2}$
c. $g(x) = \dfrac{x^2}{2\left(x-\dfrac{x^3}{3}\right)}$
d. $g(x) = \dfrac{x^2}{2}\ln\left(1-x^2\right)$

4. La fonction $x \longmapsto \ln\left(-x^2-x+6\right)$ est définie sur

1. Arabie saoudite, Bahreïn, Chypre, Éthiopie, Grèce, Israël, Jordanie, Koweït, Qatar, Roumanie et Turquie

a. $]-3\ ;\ 2[$ **b.** $]-\infty\ ;\ 6]$
c. $]0\ ;\ +\infty[$ **d.** $]2\ ;\ +\infty[$

5. On considère la fonction f définie sur $]0{,}5\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3\ln(2x-1)$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 4x - 7$ **b.** $y = 2x - 4$
c. $y = -3(x-1) + 4$ **d.** $y = 2x - 1$

6. L'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(x+3) < 2\ln(x+1)$ est :

a. $S =]-\infty\ ;\ -2[\cup]1\ ;\ +\infty[$ **b.** $S =]1\ ;\ +\infty[$
c. $S = \emptyset$ **d.** $S =]-1\ ;\ 1[$

EXERCICE 2 7 points — Thème : Géométrie dans l'espace

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k}\right)$, on considère les points :

$$A(2\ ;\ 0\ ;\ 3), B(0\ ;\ 2\ ;\ 1), C(-1\ ;\ -1\ ;\ 2) \text{ et } D(3\ ;\ -3\ ;\ -1).$$

1. **Calcul d'un angle**
   - **a.** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   - **b.** Calculer les longueurs AB et AC.
   - **c.** À l'aide du produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, déterminer la valeur du cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$ puis donner une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré.
2. **Calcul d'une aire**
   - **a.** Déterminer une équation du plan $\mathscr{P}$ passant par le point C et perpendiculaire à la droite (AB).
   - **b.** Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
   - **c.** En déduire les coordonnées du projeté orthogonal E du point C sur la droite (AB), c'est-à-dire du point d'intersection de la droite (AB) et du plan $\mathscr{P}$
   - **d.** Calculer l'aire du triangle ABC.
3. **Calcul d'un volume**
   - **a.** Soit le point F(1 ; −1 ; 3). Montrer que les points A, B, C et F sont coplanaires.
   - **b.** Vérifier que la droite (FD) est orthogonale au plan (ABC).
   - **c.** Sachant que le volume d'un tétraèdre est égal au tiers de l'aire de sa base multiplié par sa hauteur, calculer le volume du tétraèdre ABCD.

EXERCICE 3 7 points — Thèmes : Fonction exponentielle et suite

Partie A :

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = e^x - x$$

1. Déterminer les limites de h en $-\infty$ et $+\infty$.
2. Étudier les variations de h et dresser son tableau de variation.
3. En déduire que :
   si a et b sont deux réels tels que $0 < a < b$ alors $h(a) - h(b) < 0$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^x$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

Dans la suite de l'exercice on s'intéresse à l'écart entre T et $\mathscr{C}_f$ au voisinage de 0.
Cet écart est défini comme la différence des ordonnées des points de T et $\mathscr{C}_f$ de même abscisse.
On s'intéresse aux points d'abscisse $\dfrac{1}{n}$, avec n entier naturel non nul.
On considère alors la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par :

$$u_n = \exp\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n} - 1$$

2. Déterminer la limite de la suite (u_n).
3. **a.** Démontrer que, pour tout entier naturel non nul n,

$$u_{n+1} - u_n = h\left(\frac{1}{n+1}\right) - h\left(\frac{1}{n}\right)$$

   où h est la fonction définie à la partie A.

   b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
4. Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées à 10^{-9} des premiers termes de la suite (u_n).

n	u_n
1	0,718 281 828
2	0,148 721 271
3	0,062 279 092
4	0,034 025 417
5	0,021 402 758
6	0,014 693 746
7	0,010 707 852
8	0,008 148 453
9	0,006 407 958
10	0,005 170 918

   Donner la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle l'écart entre T et $\mathscr{C}_f$ semble être inférieur à 10^{-2}.

EXERCICE 4 7 points **Thème : Probabilités**

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.

Partie A

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.
On désigne par A l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».
On désigne par B l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».
On note respectivement $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires de A et B.
Une étude a montré que :

— la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 notée $P(A)$ est égale à 0,1.

— la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 notée $P(B)$ est égale à 0,2.

— la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	$\overline{A}$	Total
B			
$\overline{B}$			
Total			1

2. **a.** Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T1 ou T2.

b. Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T1 et T2.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

3. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.

4. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T2, sachant que cette paire de verres présente un défaut pour le traitement T1.

Partie B

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 paires de verres dans la production. On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de paires de verres qui présentent le défaut pour le traitement T1.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

2. Donner l'expression permettant de calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, exactement 10 paires de verres qui présentent ce défaut.
Effectuer ce calcul et arrondir le résultat à 10^{-3}.

3. En moyenne, combien de paires de verres ayant ce défaut peut-on trouver dans un échantillon de 50 paires ?

Baccalauréat Métropole 12 mai 2022

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 (7 points) **Thème : probabilités**

Le coyote est un animal sauvage proche du loup, qui vit en Amérique du Nord.
Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, 70 % des coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose.
Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, son résultat est soit positif, soit négatif, et on sait que :

- Si le coyote est malade, le test est positif dans 97 % des cas.
- Si le coyote n'est pas malade, le test est négatif dans 95 % des cas.

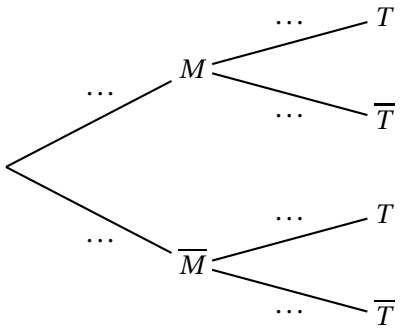
Partie A

Des vétérinaires capturent un coyote d'Oklahoma au hasard et lui font subir un test pour l'ehrlichiose.
On considère les évènements suivants :

- M : « le coyote est malade » ;
- T : « le test du coyote est positif ».

On note $\overline{M}$ et $\overline{T}$ respectivement les évènements contraires de M et T.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation.



2. Déterminer la probabilité que le coyote soit malade et que son test soit positif.

3. Démontrer que la probabilité de T est égale à 0,694.

4. On appelle « valeur prédictive positive du test » la probabilité que le coyote soit effectivement malade sachant que son test est positif.
Calculer la valeur prédictive positive du test. On arrondira le résultat au millième.

5. **a.** Par analogie avec la question précédente, proposer une définition de la « valeur prédictive négative du test » et calculer cette valeur en arrondissant au millième.
b. Comparer les valeurs prédictives positive et négative du test, et interpréter.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un coyote capturé au hasard présente un test positif est de 0,694.

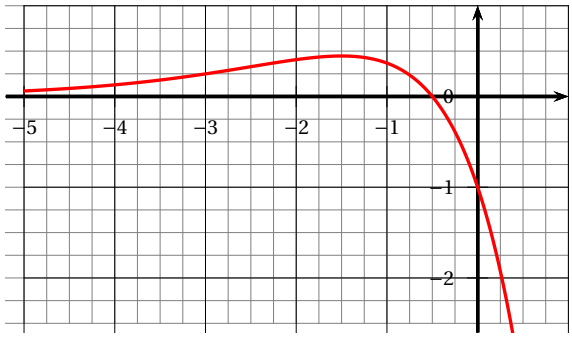
1. Lorsqu'on capture au hasard cinq coyotes, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
   On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard associe le nombre de coyotes dans cet échantillon ayant un test positif.
   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifier et préciser ses paramètres.
   b. Calculer la probabilité que dans un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, un seul ait un test positif. On arrondira le résultat au centième.
   c. Un vétérinaire affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins quatre coyotes sur cinq aient un test positif : cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.
2. Pour tester des médicaments, les vétérinaires ont besoin de disposer d'un coyote présentant un test positif. Combien doivent-ils capturer de coyotes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux présente un test positif soit supérieure à 0,99 ?

EXERCICE 2 (7 points) **Thèmes : fonctions numériques et suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 à 3 ci-dessous, on considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.
On admet que f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2}\,;\,0\right)$.

On rappelle que la courbe ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f.



Question 1 :

a. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$;
b. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{1}{2}$;
c. La fonction f admet un minimum en $-\dfrac{1}{2}$;
d. Au point d'abscisse -1, la courbe de la fonction f admet une tangente horizontale.

Question 2 :

a. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{3}{2}\right[$;
b. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$;
c. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f n'admet pas de point d'inflexion ;
d. La fonction f est concave sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$.

Question 3 :
La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :

a. $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in \left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$; **b.** $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in [-2\,;\,-1]$;

c. $f''\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 0$; **d.** $f''(-3) = 0$.

Question 4 :

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n). On sait que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et de plus : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 3$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (v_n) converge ; **b.** Si la suite (u_n) est croissante alors la suite (v_n) est minorée par u_0 ;

c. $1 \leqslant v_0 \leqslant 3$; **d.** la suite (v_n) diverge.

Question 5 :

On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n non nul : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n}$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (u_n) diverge ; **b.** la suite (u_n) converge ;

c. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$; **d.** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

Question 6 :

On considère (u_n) une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.
On peut affirmer que :

a. Il existe un entier naturel N tel que u_N est un entier ; **b.** la suite (u_n) est croissante ;

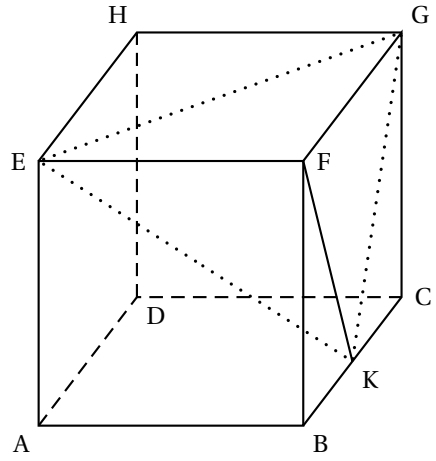
c. la suite (u_n) est convergente ; **d.** La suite (u_n) n'a pas de limite.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

On considère un cube ABCDEFGH et on appelle K le milieu du segment [BC].
On se place dans le repère $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}},\,\overrightarrow{\text{AD}},\,\overrightarrow{\text{AE}}\right)$ et on considère le tétraèdre EFGK.
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.



1. Préciser les coordonnées des points E, F, G et K.

2. Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (EGK).

3. Démontrer que le plan (EGK) admet pour équation cartésienne : $2x-2y+z-1=0$.

4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (EGK) passant par F.

5. Montrer que le projeté orthogonal L de F sur le plan (EGK) a pour coordonnées $\left(\frac{5}{9}\,;\,\frac{4}{9}\,;\,\frac{7}{9}\right)$.

6. Justifier que la longueur LF est égale à $\dfrac{2}{3}$.

7. Calculer l'aire du triangle EFG. En déduire que le volume du tétraèdre EFGK est égal à $\dfrac{1}{6}$.

8. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle EGK.

9. On considère les points P milieu du segment [EG], M milieu du segment [EK] et N milieu du segment[GK]. Déterminer le volume du tétraèdre FPMN.

EXERCICE 4 (7 points) Thèmes : fonctions numériques, fonction exponentielle

Partie A : études de deux fonctions

On considère les deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=0{,}06\left(-x^2+13{,}7x\right) \quad \text{et} \quad g(x)=(-0{,}15x+2{,}2)\mathrm{e}^{0{,}2x}-2{,}2.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables et on note f' et g' leurs fonctions dérivées respectives.

1. On donne le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

x	0		6,85		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	$f(6{,}85)$	↘	$-\infty$

a. Justifier la limite de f en $+\infty$.

b. Justifier les variations de la fonction f.

c. Résoudre l'équation $f(x)=0$.

2. **a.** Déterminer la limite de g en $+\infty$.

b. Démontrer que, pour tout réel x appartenant à $[0\,;\,+\infty[$ on a : $g'(x)=(-0{,}03x+0{,}29)\mathrm{e}^{0{,}2x}$.

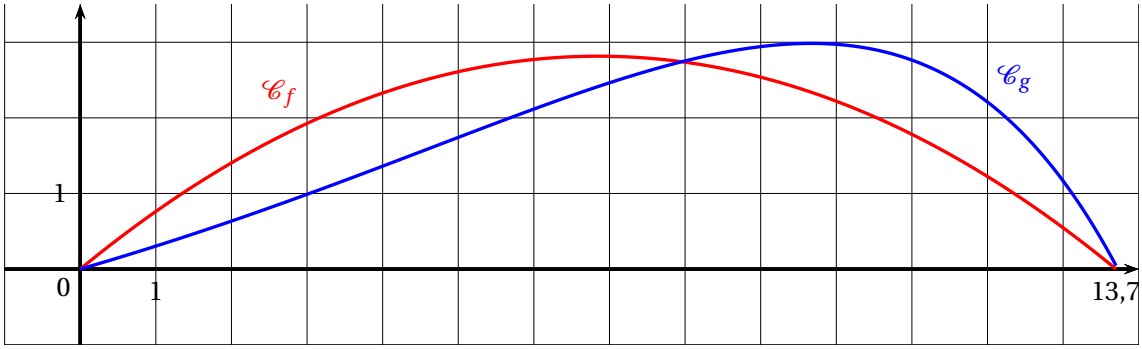
c. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variations sur $[0\,;\,+\infty[$.

Préciser une valeur approchée à 10^{-2} près du maximum de g.

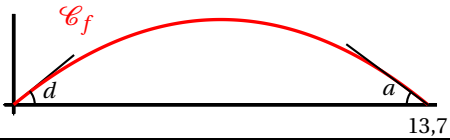
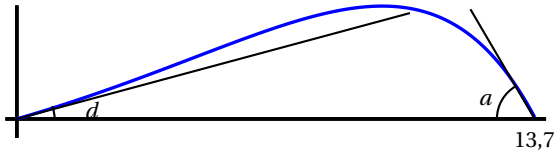
d. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution non nulle et déterminer, à 10^{-2} près, une valeur approchée de cette solution.

Partie B : trajectoires d'une balle de golf

Pour frapper la balle, un joueur de golf utilise un instrument appelé « club » de golf.
On souhaite exploiter les fonctions f et g étudiées en partie A pour modéliser de deux façons différentes la trajectoire d'une balle de golf. On suppose que le terrain est parfaitement plat.
On admettra ici que 13,7 est la valeur qui annule la fonction f et une approximation de la valeur qui annule la fonction g.
On donne ci-dessous les représentations graphiques de f et g sur l'intervalle $[0\,;\,13{,}7]$.



Pour x représentant la distance horizontale parcourue par la balle en dizaine de yards après la frappe, (avec $0 < x < 13{,}7$), $f(x)$ (ou $g(x)$ selon le modèle) représente la hauteur correspondante de la balle par rapport au sol, en dizaine de yards (1 yard correspond à environ 0,914 mètre).
On appelle « angle de décollage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathscr{C}_f$ ou $\mathscr{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 0. Une mesure de l'angle de décollage de la balle est un nombre réel d tel que $\tan(d)$ est égal au coefficient directeur de cette tangente.
De même, on appelle « angle d'atterrissage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathscr{C}_f$ ou $\mathscr{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 13,7. Une mesure de l'angle d'atterrissage de la balle est un nombre réel a tel que $\tan(a)$ est égal à l'opposé du coefficient directeur de cette tangente.
Tous les angles sont mesurés en degré.

Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathscr{C}_f$	Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathscr{C}_g$.
	

1. *Première modélisation* : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $f(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

   Selon ce modèle :

   a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?

   b. Vérifier que $f'(0) = 0{,}822$.

   c. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).

   d. Quelle propriété graphique de la courbe $\mathscr{C}_f$ permet de justifier que les angles de décollage et d'atterrissage de la balle sont égaux ?

2. *Seconde modélisation* : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $g(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

   Selon ce modèle :

a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?

On précise que $g'(0) = 0{,}29$ et $g'(13{,}7) \approx -1{,}87$.

b. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).

c. Justifier que 62 est une valeur approchée, arrondie à l'unité près, d'une mesure en degré de l'angle d'atterrissage de la balle.

Tableau : extrait d'une feuille de calcul donnant une mesure en degré d'un angle quand on connait sa tangente :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	$\tan(\theta)$	0,815	0,816	0,817	0,818	0,819	0,82	0,821	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826
2	θ en degrés	39,18	39,21	39,25	39,28	39,32	39,35	39,39	39,42	39,45	39,49	39,52	39,56
3													
4	$\tan(\theta)$	0,285	0,286	0,287	0,288	0,289	0,29	0,291	0,292	0,293	0,294	0,295	0,296
5	θ en degrés	15,91	15,96	16,01	16,07	16,12	16,17	16,23	16,28	16,33	16,38	16,44	16,49

Partie C : interrogation des modèles

À partir d'un grand nombre d'observations des performances de joueurs professionnels, on a obtenu les résultats moyens suivants :

Angle de décollage en degré	Hauteur maximale en yard	Angle d'atterrissage en degré	Distance horizontale en yard au point de chute
24	32	52	137

Quel modèle, parmi les deux étudiés précédemment, semble le plus adapté pour décrire la frappe de la balle par un joueur professionnel ? La réponse sera justifiée.

Baccalauréat Centres étrangers [2] 12 mai 2022

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 — 7 points — **Thème : Fonction exponentielle**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

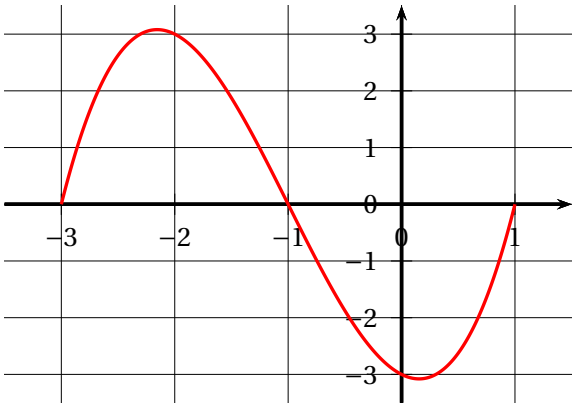
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^x}$$

On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

a. $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}$
b. $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$
c. $f'(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$
d. $f'(x) = (1+x)\mathrm{e}^{-x}$

2. Soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,1]$. On donne ci-dessous la représentation graphique de sa fonction dérivée seconde f''.



On peut alors affirmer que :

a. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$
b. La fonction f est concave sur l'intervalle $[-2\,;\,0]$
c. La fonction f' est décroissante sur l'intervalle $[-2\,;\,0]$
d. La fonction f' admet un maximum en $x = -1$

2. Arabie saoudite, Bahreïn, Chypre, Éthiopie, Grèce, Israël, Jordanie, Koweït, Qatar, Roumanie et Turquie

Pour $x < -1$, $f''(x) > 0$, donc f' est croissante et pour $x > -1$, $f''(x) < 0$, donc f' est décroissante. La fonction f' admet donc un maximum en $x = -1$. Réponse **d.**

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 \mathrm{e}^{-x^2}$$

Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$,

a. $F(x) = -\dfrac{1}{6}\left(x^3+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$ **b.** $F(x) = -\dfrac{1}{4}x^4\mathrm{e}^{-x^2}$

c. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\left(x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$ **d.** $F(x) = x^2\left(3-2x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

4. Que vaut :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x+1}{\mathrm{e}^x-1}$$

a. -1 **b.** 1

c. $+\infty$ **d.** n'existe pas

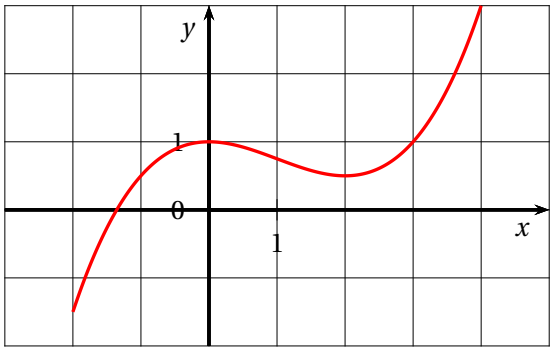
5. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2x+1}$.
La seule primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f telle que $F(0) = 1$ est la fonction :

a. $x \longmapsto 2\mathrm{e}^{2x+1} - 2\mathrm{e} + 1$ **b.** $x \longmapsto 2\mathrm{e}^{2x+1} - \mathrm{e}$

c. $x \longmapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1} - \dfrac{1}{2}\mathrm{e} + 1$ **d.** $x \longmapsto \mathrm{e}^{x^2+x}$

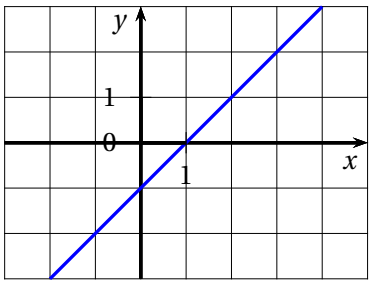
6.

Dans un repère, on a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-2\,;\,4]$

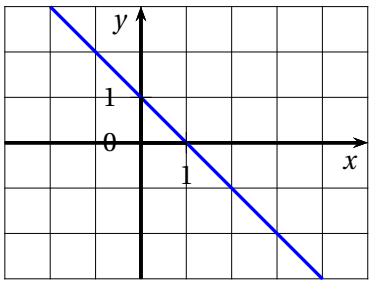


Parmi les courbes suivantes, laquelle représente la fonction f'', dérivée seconde de f ?

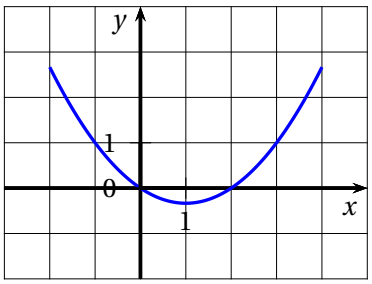
a.



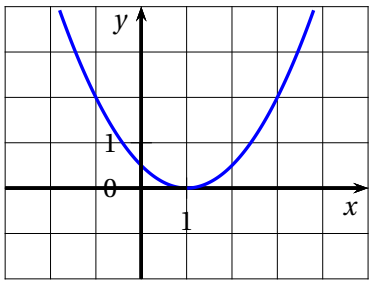
b.



c.



d.



EXERCICE 2 7 points **Thèmes : Fonction logarithme et suite**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x) + 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Déterminer la limite de la fonction f en 0 ainsi que sa limite en $+\infty$.

2. **a.** On admet que f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on notera f' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout réel x strictement positif :

$$f'(x) = 1 + \ln(x).$$

b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$. On y fera figurer la valeur exacte de l'extremum de f sur $]0\,;\,+\infty[$ et les limites.

c. Justifier que pour tout $x \in]0\,;\,1[$, $f(x) \in]0\,;\,1[$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

b. Étudier la convexité de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

c. En déduire que pour tout réel x strictement positif :

$$f(x) \geqslant x$$

4. On définit la suite (u_n) par son premier terme u_0 élément de l'intervalle $]0;\,1[$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

b. Déduire de la question 3. c. la croissance de la suite (u_n).

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

EXERCICE 3 7 points **Thème : Géométrie dans l'espace**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.
On considère les points

$$A(3\,;\,-2\,;\,2),\quad B(6\,;\,1\,;\,5),\quad C(6\,;\,-2\,;\,-1)\quad \text{et } D(0\,;\,4\,;\,-1).$$

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\mathscr{A} \times h$$

où $\mathscr{A}$ est l'aire de la base et h la hauteur correspondante.

1. Démontrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2. **a.** Montrer que le triangle ABC est rectangle.
b. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
c. En déduire le volume du tétraèdre ABCD.

3. On considère le point H(5 ; 0 ; 1).
a. Montrer qu'il existe des réels α et β tels que $\overrightarrow{BH} = \alpha\overrightarrow{BC} + \beta\overrightarrow{BD}$.
b. Démontrer que H est le projeté orthogonal du point A sur le plan (BCD).
c. En déduire la distance du point A au plan (BCD).

4. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle BCD.

EXERCICE 4 7 points **Thème : Probabilités**

Une urne contient des jetons blancs et noirs tous indiscernables au toucher.
Une partie consiste à prélever au hasard successivement et avec remise deux jetons de cette urne.
On établit la règle de jeu suivante :

- un joueur perd 9 euros si les deux jetons tirés sont de couleur blanche ;
- un joueur perd 1 euro si les deux jetons tirés sont de couleur noire ;
- un joueur gagne 5 euros si les deux jetons tirés sont de couleurs différentes.

1. On considère que l'urne contient 2 jetons noirs et 3 jetons blancs.
a. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
b. Calculer la probabilité de perdre 9 € sur une partie.

2. On considère maintenant que l'urne contient 3 jetons blancs et au moins deux jetons noirs mais on ne connait pas le nombre exact de jetons noirs. On appellera N le nombre de jetons noirs.
a. Soit X la variable aléatoire donnant le gain du jeu pour une partie.
Déterminer la loi de probabilité de cette variable aléatoire.
b. Résoudre l'inéquation pour x réel :

$$-x^2 + 30x - 81 > 0$$

c. En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer le nombre de jetons noirs que l'urne doit contenir afin que ce jeu soit favorable au joueur.

d. Combien de jetons noirs le joueur doit-il demander afin d'obtenir un gain moyen maximal ?

3. On observe 10 joueurs qui tentent leur chance en effectuant une partie de ce jeu, indépendamment les uns des autres. On suppose que 7 jetons noirs ont été placés dans l'urne (avec 3 jetons blancs).

Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 joueur gagnant 5 euros ?

Baccalauréat Asie 17 mai 2022 Jour 1
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices.
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices.**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 — 7 points

Principaux domaines abordés : Probabilités conditionnelles et indépendance. Variables aléatoires.

Lors d'une kermesse, un organisateur de jeux dispose, d'une part, d'une roue comportant quatre cases blanches et huit cases rouges et, d'autre part, d'un sac contenant cinq jetons portant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.
Le jeu consiste à faire tourner la roue, chaque case ayant la même probabilité d'être obtenue, puis à extraire un ou deux jetons du sac selon la règle suivante :

- si la case obtenue par la roue est blanche, alors le joueur extrait un jeton du sac ;
- si la case obtenue par la roue est rouge, alors le joueur extrait successivement et sans remise deux jetons du sac.

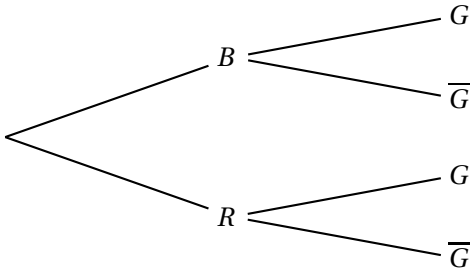
Le joueur gagne si le ou les jetons tirés portent tous un numéro impair.

1. Un joueur fait une partie et on note B l'évènement « la case obtenue est blanche », R l'évènement « la case obtenue est rouge » et G l'évènement « le joueur gagne la partie ».

a. Donner la valeur de la probabilité conditionnelle $P_B(G)$.

b. On admettra que la probabilité de tirer successivement et sans remise deux jetons impairs est égale à 0,3.

Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. **a.** Montrer que $P(G) = 0{,}4$.

b. Un joueur gagne la partie.

Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu une case blanche en lançant la roue ?

3. Les évènements B et G sont-ils indépendants ? Justifier.

4. Un même joueur fait dix parties. Les jetons tirés sont remis dans le sac après chaque partie.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, que le joueur gagne exactement trois parties sur les dix parties jouées.

c. Calculer $P(X \geqslant 4)$ arrondie à 10^{-3} près.
Donner une interprétation du résultat obtenu.

5. Un joueur fait n parties et on note p_n la probabilité de l'évènement « le joueur gagne au moins une partie ».

a. Montrer que $p_n = 1 - 0{,}6^n$.

b. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une partie est supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 2 — 7 points

Principaux domaines abordés : Suites numériques. Algorithmique et programmation.

Un médicament est administré à un patient par voie intraveineuse.

Partie A : modèle discret de la quantité médicamenteuse

Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion. On estime que, toutes les 30 minutes, l'organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu'il reçoit une dose supplémentaire de 0,25 mg de la substance médicamenteuse.
On étudie l'évolution de la quantité de médicament dans le sang avec le modèle suivant : pour tout entier naturel n, on note u_n la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de n périodes de trente minutes. On a donc $u_0 = 1$.

1. Calculer la quantité de médicament dans le sang au bout d'une demi-heure.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 0{,}25$.

3. **a.** Montrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant u_{n+1} < 5$.

b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4. On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.

a. Recopier et compléter le script écrit en langage Python suivant de manière à déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

```
def efficace():
  u=1
  n=0
  while ......:
      u=......
      n = n+1
   return n
```

b. Quelle est la valeur renvoyée par ce script? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 2{,}5 - u_n$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme (v_0).

b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 2{,}5 - 1{,}5 \times 0{,}9^n$.

c. Le médicament devient toxique lorsque sa quantité présente dans le sang du patient dépasse 3 mg.
D'après le modèle choisi, le traitement présente-t-il un risque pour le patient? Justifier.

Partie B : modèle continu de la quantité médicamenteuse

Après une injection initiale de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion. Le débit de la substance médicamenteuse administrée au patient est de 0,5 mg par heure. La quantité de médicament dans le sang du patient, en fonction du temps, est modélisée par la fonction f, définie sur $[0\ ;\ +\infty[$, par

$$f(t) = 2{,}5 - 1{,}5\mathrm{e}^{-0{,}2t},$$

où t désigne la durée de la perfusion exprimée en heure.
On rappelle que ce médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.

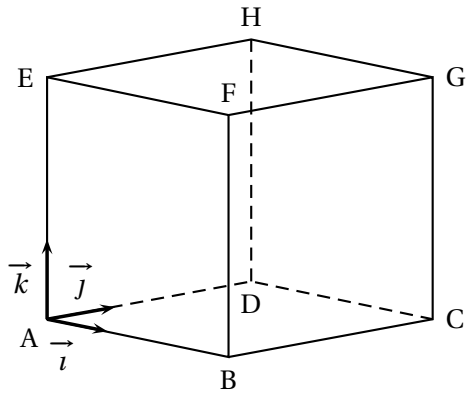
1. Le médicament est-il réellement efficace au bout de 3 h 45 min ?
2. Selon ce modèle, déterminer au bout de combien de temps le médicament devient réellement efficace.
3. Comparer le résultat obtenu avec celui obtenu à la question 4. b. du modèle discret de la Partie A.

EXERCICE 3 **7 points**

Principaux domaines abordés : Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Le solide ABCDEFGH est un cube. On se place dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{A}\ ;\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k}\right)$ de l'espace dans lequel les coordonnées des points B, D et E sont :

$$\mathrm{B}(3\ ;\ 0\ ;\ 0), \quad \mathrm{D}(0\ ;\ 3\ ;\ 0) \quad \text{et} \quad \mathrm{E}(0\ ;\ 0\ ;\ 3).$$



On considère les points P(0 ; 0 ; 1), Q(0 ; 2 ; 3) et R(1 ; 0 ; 3).

1. Placer les points P, Q et R sur la figure en ANNEXE qui sera à rendre avec la copie.
2. Montrer que le triangle PQR est isocèle en R.
3. Justifier que les points P, Q et R définissent un plan.
4. On s'intéresse à présent à la distance entre le point E et le plan (PQR).
   a. Montrer que le vecteur $\vec{u}\,(2\ ;\ 1\ ;\ -1)$ est normal au plan (PQR).
   b. En déduire une équation cartésienne du plan (PQR).

c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point E et orthogonale au plan (PQR).

d. Montrer que le point $\text{L}\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{8}{3}\right)$ est le projeté orthogonal du point E sur le plan (PQR).

e. Déterminer la distance entre le point E et le plan (PQR).

5. En choisissant le triangle EQR comme base, montrer que le volume du tétraèdre EPQR est $\frac{2}{3}$.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

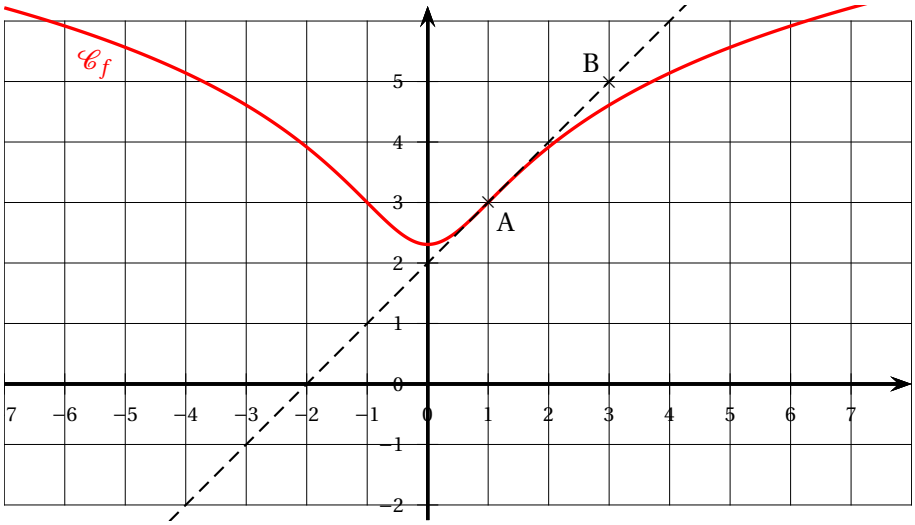
$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire d'une base} \times \text{hauteur correspondante.}$$

6. Trouver, à l'aide des deux questions précédentes, l'aire du triangle PQR.

EXERCICE 4 — 7 points

Principaux domaines abordés : Étude de fonctions. Fonction logarithme.

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On considère les points A(1 ; 3) et B(3 ; 5). On donne ci-dessous $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan, ainsi que la tangente (AB) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



Les trois parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.

2. La fonction f est définie par l'expression $f(x) = \ln\left(ax^2+1\right) + b$, où a et b sont des nombres réels positifs.

a. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

b. Déterminer les valeurs de a et b à l'aide des résultats précédents.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln\left(x^2+1\right) + 3 - \ln(2).$$

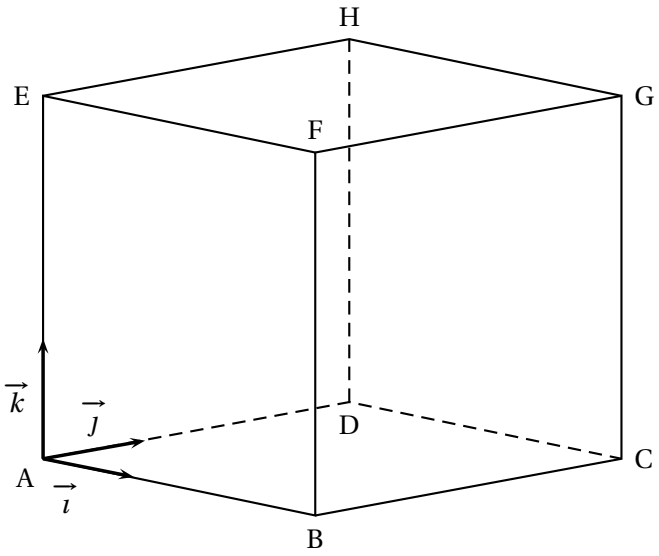
1. Montrer que f est une fonction paire.
2. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
   Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   Dresser le tableau des variations de f en y faisant figurer la valeur exacte du minimum ainsi que les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
4. À l'aide du tableau des variations de f, donner les valeurs du réel k pour lesquelles l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3 + \ln 2$.

Partie C

On rappelle que la fonction f est définie sur R par $f(x) = \ln\left(x^2+1\right) + 3 - \ln(2)$.

1. Conjecturer, par lecture graphique, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x, on a : $f''(x) = \dfrac{2\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$.
3. En déduire le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

ANNEXE à rendre avec la copie



Baccalauréat Asie 18 mai 2022 Jour 2
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices.
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices.**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 **7 points**

Principaux domaines abordés : Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ de l'espace, on considère les points

$$A(-3\,;\,1\,;\,3), B(2\,;\,2\,;\,3), C(1\,;\,7\,;\,-1), D(-4\,;\,6\,;\,-1) \text{ et } K(-3\,;\,14\,;\,14).$$

1. **a.** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
b. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
c. Calculer l'aire du rectangle ABCD.

2. **a.** Justifier que les points A, B et D définissent un plan.
b. Montrer que le vecteur $\vec{n}(-2\,;\,10\,;\,13)$ est un vecteur normal au plan (ABD).
c. En déduire une équation cartésienne du plan (ABD).

3. **a.** Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (ABD) et qui passe par le point K.
b. Déterminer les coordonnées du point I, projeté orthogonal du point K sur le plan (ABD).
c. Montrer que la hauteur de la pyramide KABCD de base ABCD et de sommet K vaut $\sqrt{273}$.

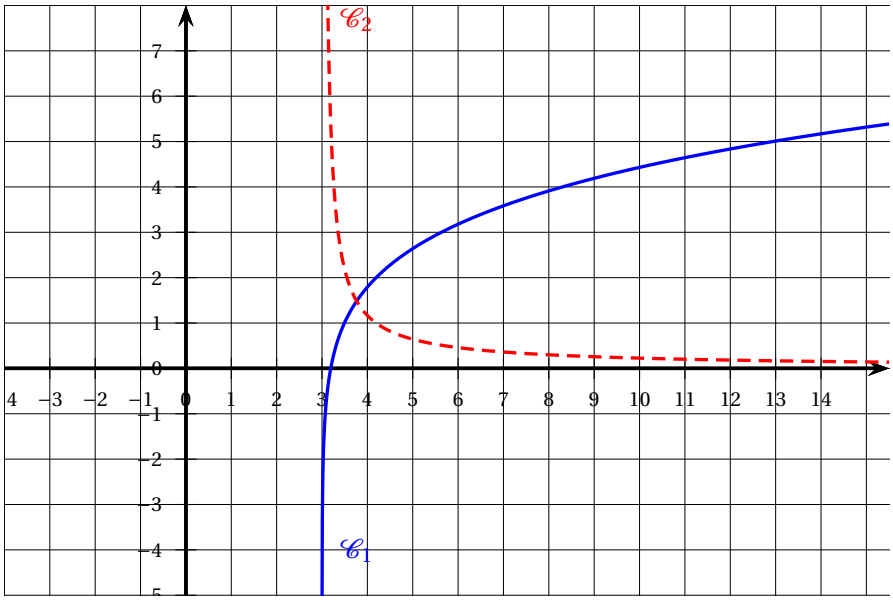
4. Calculer le volume V de la pyramide KABCD.
On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

EXERCICE 2 **7 points**

Principaux domaines abordés : Étude des fonctions. Fonction logarithme.

Partie A



Dans le repère orthonormé ci-dessus, sont tracées les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée, notée f', toutes deux définies sur $]3\,;\,+\infty[$.

1. Associer à chaque courbe la fonction qu'elle représente. Justifier.
2. Déterminer graphiquement la ou les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = 3$.
3. Indiquer, par lecture graphique, la convexité de la fonction f.

Partie B

1. Justifier que la quantité $\ln\left(x^2 - x - 6\right)$ est bien définie pour les valeurs x de l'intervalle $]3\,;\,+\infty[$, que l'on nommera I dans la suite.
2. On admet que la fonction f de la partie A est définie par $f(x) = \ln\left(x^2 - x - 6\right)$ sur I.
   Calculer les limites de la fonction f aux deux bornes de l'intervalle I.
   En déduire une équation d'une asymptote à la courbe représentative de la fonction f sur I.
3. **a.** Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à I.
   b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur I.
   Dresser le tableau des variations de la fonction f en y faisant figurer les limites aux bornes de I.
4. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]5\,;\,6[$.
   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de α à 10^{-2} près.
5. **a.** Justifier que $f''(x) = \dfrac{-2x^2 + 2x - 13}{\left(x^2 - x - 6\right)^2}$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur I.

EXERCICE 3 **7 points**

Principaux domaines abordés : Probabilités conditionnelles et indépendance. Variables aléatoires.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie 1

Julien doit prendre l'avion ; il a prévu de prendre le bus pour se rendre à l'aéroport.
S'il prend le bus de 8 h, il est sûr d'être à l'aéroport à temps pour son vol.
Par contre, le bus suivant ne lui permettrait pas d'arriver à temps à l'aéroport.
Julien est parti en retard de son appartement et la probabilité qu'il manque son bus est de 0,8.
S'il manque son bus, il se rend à l'aéroport en prenant une compagnie de voitures privées ; il a alors une probabilité de 0,5 d'être à l'heure à l'aéroport.

On notera :

- B l'évènement : « Julien réussit à prendre son bus » ;
- V l'évènement : « Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol ».

1. Donner la valeur de $P_B(V)$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Montrer que $P(V) = 0{,}6$.
4. Si Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol, quelle est la probabilité qu'il soit arrivé à l'aéroport en bus ? Justifier.

Partie 2

Les compagnies aériennes vendent plus de billets qu'il n'y a de places dans les avions car certains passagers ne se présentent pas à l'embarquement du vol sur lequel ils ont réservé. On appelle cette pratique le surbooking.
Au vu des statistiques des vols précédents, la compagnie aérienne estime que chaque passager a 5 % de chance de ne pas se présenter à l'embarquement.
Considérons un vol dans un avion de 200 places pour lequel 206 billets ont été vendus.
On suppose que la présence à l'embarquement de chaque passager est indépendante des autres passagers et on appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. En moyenne, combien de passagers vont-ils se présenter à l'embarquement ?
3. Calculer la probabilité que 201 passagers se présentent à l'embarquement. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} près.
4. Calculer $P(X \leqslant 200)$, le résultat sera arrondi à 10^{-3} près. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La compagnie aérienne vend chaque billet à 250 euros.
   Si plus de 200 passagers se présentent à l'embarquement, la compagnie doit rembourser le billet d'avion et payer une pénalité de 600 euros à chaque passager lésé.
   On appelle :

   Y la variable aléatoire égale au nombre de passagers qui ne peuvent pas embarquer bien qu'ayant acheté un billet ;

C la variable aléatoire qui totalise le chiffre d'affaire de la compagnie aérienne sur ce vol.

On admet que Y suit la loi de probabilité donnée par le tableau suivant :

y_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y_i)$	0,947 75	0,030 63	0,014 41	0,005 39	0,001 51	0,000 28	

a. Compléter la loi de probabilité donnée ci-dessus en calculant $P(Y = 6)$.

b. Justifier que : $C = 51\,500 - 850Y$.

c. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire C sous forme d'un tableau.

Calculer l'espérance de la variable aléatoire C à l'euro près.

d. Comparer le chiffre d'affaires obtenu en vendant exactement 200 billets et le chiffre d'affaires moyen obtenu en pratiquant le surbooking.

EXERCICE 4 — 7 points

Principaux domaines abordés : Suites numériques. Algorithmique et programmation.

On s'intéresse au développement d'une bactérie.
Dans cet exercice, on modélise son développement avec les hypothèses suivantes : cette bactérie a une probabilité 0,3 de mourir sans descendance et une probabilité 0,7 de se diviser en deux bactéries filles.
Dans le cadre de cette expérience, on admet que les lois de reproduction des bactéries sont les mêmes pour toutes les générations de bactéries qu'elles soient mère ou fille.
Pour tout entier naturel n, on appelle p_n la probabilité d'obtenir au plus n descendances pour une bactérie.
On admet que, d'après ce modèle, la suite (p_n) est définie de la façon suivante :
$p_0 = 0{,}3$ et, pour tout entier naturel n,

$$p_{n+1} = 0{,}3 + 0{,}7p_n^2.$$

1. La feuille de calcul ci-dessous donne des valeurs approchées de la suite (p_n)

a. Déterminer les valeurs exactes de p_1 et p_2 (masquées dans la feuille de calcul) et interpréter ces valeurs dans le contexte de l'énoncé.

b. Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, d'obtenir au moins 11 générations de bactéries à partir d'une bactérie de ce type ?

c. Formuler des conjectures sur les variations et la convergence de la suite (p_n).

2. **a.** Démontrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n, $0 \leqslant p_n \leqslant p_{n+1} \leqslant 0{,}5$.

b. Justifier que la suite (p_n) est convergente.

3. On appelle L la limite de la suite (p_n).

a. Justifier que L est solution de l'équation

$$0{,}7x^2 - x + 0{,}3 = 0$$

b. Déterminer alors la limite de la suite (p_n).

	A	B
1	n	p_n
2	0	0,3
3	1	
4	2	
5	3	0,407 695 62
6	4	0,416 351
7	5	0,421 343 71
8	6	0,424 271 37
9	7	0,426 004 33
10	8	0,427 035 78
11	9	0,427 651 69
12	10	0,428 020 18
13	11	0,428 240 89
14	12	0,428 373 18
15	13	0,428 452 51
16	14	0,428 500 09
17	15	0,428 528 63
18	16	0,428 545 75
19	17	0,428 556 02

6. La fonction suivante, écrite en langage Python, a pour objectif de renvoyer les n premiers termes de la suite (p_n).

```
1  def suite(n) :
2    p= ...
3    s=[p]
4    for i in range (...) :
5       p=...
6       s.append(p)
7    return (s)
```

Recopier, sur votre copie, cette fonction en complétant les lignes 2, 4 et 5 de façon à ce que la fonction `suite (n)` retourne, sous forme de liste, les n premiers termes de la suite.

Baccalauréat Centres étrangers Groupe 1 (D) [3] 18 mai 2022

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 6 points (le total sera ramené sur 20 points) [4]
La clarté et la précision de l'argumentation ainsi que la qualité de la rédaction sont notées sur 2 points.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 6 points

Principaux domaines abordés : Probabilités

Dans une station de ski, il existe deux types de forfait selon l'âge du skieur :

— un forfait JUNIOR pour les personnes de moins de 25 ans ;

— un forfait SENIOR pour les autres.

Par ailleurs, un usager peut choisir, en plus du forfait correspondant à son âge l'*option coupe-file* qui permet d'écourter le temps d'attente aux remontées mécaniques.
On admet que :

- 20 % des skieurs ont un forfait JUNIOR ;
- 80 % des skieurs ont un forfait SENIOR ;
- parmi les skieurs ayant un forfait JUNIOR, 6 % choisissent l'option coupe-file ;
- parmi les skieurs ayant un forfait SENIOR, 12,5 % choisissent l'option coupe-file.

On interroge un skieur au hasard et on considère les évènements :

- J : « le skieur a un forfait JUNIOR » ;
- C : « le skieur choisit l'option coupe-file ».

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $P(J \cap C)$.
3. Démontrer que la probabilité que le skieur choisisse l'option coupe-file est égale à 0,112.
4. Le skieur a choisi l'option coupe-file. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un skieur ayant un forfait SENIOR ? Arrondir le résultat à 10^{-3}.
5. Est-il vrai que les personnes de moins de vingt-cinq ans représentent moins de 15 % des skieurs ayant choisi l'option coupe-file ? Expliquer.

3. Afrique du Sud, Bulgarie, Comores, Djibouti, Kenya, Liban, Lituanie, Madagascar, Mozambique et Ukraine

4. Chaque exercice est noté sur 7 points au Liban.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un skieur choisisse l'option coupe-file est égale à 0,112.
On considère un échantillon de 30 skieurs choisis au hasard.
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre des skieurs de l'échantillon ayant choisi t'option coupe-file.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.
   Donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité qu'au moins un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Calculer la probabilité qu'au plus un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
4. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

EXERCICE 2 6 points **Thème : Fonction exponentielle**

Principaux domaines abordés : Suites ; Fonctions, fonction logarithme.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Un récipient contenant initialement 1 litre d'eau est laissé au soleil.
   Toutes les heures, le volume d'eau diminue de 15 %.
   Au bout de quel nombre entier d'heures le volume d'eau devient-il inférieur à un quart de litre ?

   a. 2 heures **b.** 8 heures . **c.** 9 heures **d.** 13 heures

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 4\ln(3x)$.
   Pour tout réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, on a :

   a. $f(2x) = f(x) + \ln(24)$ **b.** $f(2x) = f(x) + \ln(16)$
   c. $f(2x) = \ln(2) + f(x)$ **d.** $f(2x) = 2f(x)$

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]1\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}.$$

   On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal.
   La courbe $\mathscr{C}_g$ admet :

   a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
   b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
   c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.
   d. aucune asymptote verticale .et aucune asymptote horizontale.

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;2]$ par :

$$h(x) = x^2(1+2\ln(x)).$$

On note $\mathscr{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère du plan.
On admet que h est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;2]$.
On note h' sa dérivée et h'' sa dérivée seconde.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;2]$, on a :

$$h'(x) = 4x(1+\ln(x)).$$

4. Sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;2\right]$, la fonction h s'annule :

a. exactement 0 fois. **b.** exactement 1 fois.
c. exactement 2 fois. **d.** exactement 3 fois.

5. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$ est :

a. $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x$ **b.** $y = \left(6\sqrt{\mathrm{e}}\right).x + 2\mathrm{e}$
c. $y = 6\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$ **d.** $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x - 4\mathrm{e}.$

6. Sur l'intervalle $]0\,;2]$, le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_h$ est égal à :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

7. [5] On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \quad \text{et} \quad u_0 = 6.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (u_n) est strictement croissante. **b.** la suite (u_n) est strictement décroissante.
c. la suite (u_n) n'est pas monotone. **d.** la suite (u_n) est constante.

EXERCICE 3 6 points — Thème : Fonction exponentielle

Principaux domaines abordés : Suites ; Fonctions, Fonction exponentielle.

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 1 + x - \mathrm{e}^{0,5x-2}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa dérivée.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. Démontrer que, pour tout réel x non nul, $f(x) = 1 + 0{,}5x\left(2 - \dfrac{\mathrm{e}^{0,5x}}{0{,}5x} \times \mathrm{e}^{-2}\right)$.
En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

5. Uniquement au Liban

2. **a.** Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x.

b. Démontrer que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) < 0$ est l'intervalle

$]4+2\ln(2)\ ;\ +\infty[$.

3. Déduire des questions précédentes le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On fera figurer la valeur exacte de l'image de $4+2\ln(2)$ par f.

4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-1\ ;\ 0]$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie à la partie A.

1. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4.$$

b. En déduire que la suite (u_n) converge. On notera ℓ la limite.

2. **a.** On rappelle que f vérifie la relation $\ell = f(\ell)$.
Démontrer que $\ell = 4$.

b. On considère la fonction `valeur` écrite ci-contre dans le langage Python :

```
def valeur (a) :
  u = 0
  n = 0
  while u ⩽ a:
    u=1 + u - exp(0.5*u - 2)
    n = n+1
  return n
```

L'instruction `valeur(3.99)` renvoie la valeur 12.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4 6 points **Thème : Fonction exponentielle**

Principaux domaines abordés : Géométrie dans l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k}\right)$.
On considère les points A(5 ; 0 ; −1), B(1 ; 4 ; −1), C(1 ; 0 ; 3), D(5 ; 4 ; 3) et E(10 ; 9 ; 8).

1. **a.** Soit R le milieu du segment [AB].
Calculer les coordonnées du point R ainsi que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Soit $\mathscr{P}_1$ le plan passant par le point R et dont $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}_1$ est :

$$x - y - 1 = 0.$$

c. Démontrer que le point E appartient au plan $\mathscr{P}_1$ et que EA = EB .

2. On considère le plan $\mathscr{P}_2$ d'équation cartésienne $x - z - 2 = 0$.

a. Justifier que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants.

b. On note Δ la droite d'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.
Démontrer qu'une représentation paramétrique de la droite Δ est :

$$\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 1+t \\ z &= t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

3. On considère le plan $\mathscr{P}_3$ d'équation cartésienne $y+z-3=0$.
Justifier que la droite Δ est sécante au plan $\mathscr{P}_3$ en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.

Si S et T sont deux points distincts de l'espace, on rappelle que l'ensemble des points M de l'espace tels que MS = MT est un plan, appelé plan médiateur du segment [ST]. On admet que les plans $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_3$ sont les plans médiateurs respectifs des segments [AB], [AC] et [AD].

4. **a.** Justifier que $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D$.

b. En déduire que les points A, B, C et D appartiennent à une même sphère dont on précisera le centre et le rayon.

Baccalauréat Amérique du Nord Jour 1 18 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur **7 points (le total sera ramené sur 20 points)**.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 (7 points) **Thème : probabilités**

Chaque chaque jour où il travaille, Paul doit se rendre à la gare pour rejoindre son lieu de travail en train. Pour cela, il prend son vélo deux fois sur trois et, si il ne prend pas son vélo, il prend sa voiture.

1. Lorsqu'il prend son vélo pour rejoindre la gare, Paul ne rate le train qu'une fois sur 50 alors que, lorsqu'il prend sa voiture pour rejoindre la gare Paul rate son train une fois sur 10.

On considère une journée au hasard lors de laquelle Paul sera à la gare pour prendre le train qui le conduira au travail.

On note :

- V l'évènement « Paul prend son vélo pour rejoindre la gare » ;
- R l'évènement « Paul rate son train ».

a. Faire un arbre pondéré résumant la situation.

b. Montrer que la probabilité que Paul rate son train est égale à $\dfrac{7}{150}$.

c. Paul a raté son train. Déterminer la valeur exacte de la probabilité qu'il ait pris son vélo pour rejoindre la gare.

2. On choisit au hasard un mois pendant lequel Paul s'est rendu 20 jours à la gare pour rejoindre son lieu de travail selon les modalités décrites en préambule.

On suppose que, pour chacun de ces 20 jours, le choix entre le vélo et la voiture est indépendant des choix des autres jours.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de jours où Paul prend son vélo sur ces 20 jours.

a. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X. Préciser ses paramètres.

b. Quelle est la probabilité que Paul prenne son vélo exactement 10 jours sur ces 20 jours pour se rendre à la gare ? On arrondira la probabilité cherchée à 10^{-3}.

c. Quelle est la probabilité que Paul prenne son vélo au moins 10 jours sur ces 20 jours pour se rendre à la gare ? On arrondira la probabilité cherchée à 10^{-3}.

d. En moyenne, combien de jours sur une période choisie au hasard de 20 jours pour se rendre à la gare, Paul prend-il son vélo ? On arrondira la réponse à l'entier.

3. Dans le cas où Paul se rend à la gare en voiture, on note T la variable aléatoire donnant le temps de trajet nécessaire pour se rendre à la gare. La durée du trajet est donnée en minutes, arrondie à la minute. La loi de probabilité de T est donnée par le tableau ci-dessous :

k (en minutes)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(T = k)$	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,08	0,07

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire T et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 (7 points) **Thème : suites**

Dans cet exercice, on considère la suite (T_n) définie par :

$$T_0 = 180 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ T_{n+1} = 0{,}955\,T_n + 0{,}9$$

1. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $T_n \geqslant 20$.

b. Vérifier que pour tout entier naturel n, $T_{n+1} - T_n = -0{,}045\,(T_n - 20)$. En déduire le sens de variation de la suite (T_n).

c. Conclure de ce qui précède que la suite (T_n) est convergente. Justifier.

2. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = T_n - 20$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $T_n = 20 + 160 \times 0{,}955^n$.

c. Calculer la limite de la suite (T_n).

d. Résoudre l'inéquation $T_n \leqslant 120$ d'inconnue n entier naturel.

3. Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la température au centre d'un gâteau après sa sortie du four.

On considère qu'à la sortie du four, la température au centre du gâteau est de 180° C et celle de l'air ambiant de 20° C.

La loi de refroidissement de Newton permet de modéliser la température au centre du gâteau par la suite précédente (T_n). Plus précisément, T_n représente la température au centre du gâteau, exprimée en degré Celsius, n minutes après sa sortie du four.

a. Expliquer pourquoi la limite de la suite (T_n) déterminée à la question 2. c. était prévisible dans le contexte de l'exercice.

b. On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def temp(x) :
    T = 180
    n = 0
    while T > x :
        T=0.955*T+0.9
        n=n+1
    return n
```

Donner le résultat obtenu en exécutant la commande temp(120).

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ d'unité 1 cm, on considère les points suivants :

$$J(2\,;\,0\,;\,1),\quad K(1\,;\,2\,;\,1) \text{ et } \quad L(-2\,;\,-2\,;\,-2)$$

1. **a.** Montrer que le triangle JKL est rectangle en J.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle JKL en cm^2.

c. Déterminer une valeur approchée au dixième près de l'angle géométrique $\widehat{\text{JKL}}$.

2. **a.** Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (JKL).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (JKL).

Dans la suite, T désigne le point de coordonnées (10 ; 9 ; −6).

3. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (JKL) et passant par T.

b. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point T sur le plan (JKL).

c. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$V = \dfrac{1}{3}\mathscr{B} \times h$ où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur correspondante

Calculer la valeur exacte du volume du tétraèdre JKLT en cm^3.

EXERCICE 4 (7 points) **Thème : fonction exponentielle**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse.

1. **Affirmation 1** : Pour tout réel x : $1 - \dfrac{1-\text{e}^x}{1+\text{e}^x} = \dfrac{2}{1+\text{e}^{-x}}$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{\text{e}^x}{\text{e}^x+1}$.

Affirmation 2 : L'équation $g(x) = \dfrac{1}{2}$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2\text{e}^{-x}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

Affirmation 3 : L'axe des abscisses est tangent à la courbe $\mathscr{C}$ en un seul point.

4. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \text{e}^x\left(1-x^2\right)$.

Affirmation 4 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h n'admet pas de point d'inflexion.

5. **Affirmation 5 :** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{\text{e}^x+x} = 0$.

6. **Affirmation 6 :** Pour tout réel x, $1+\text{e}^{2x} \geqslant 2\text{e}^x$.

Baccalauréat Centres étrangers Groupe 1 D [6] 19 mai 2022

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points). [7]
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 6 points **Thème : Probabilités**

Les résultats seront arrondis si besoin à 10^{-4} *près*

Une étude statistique réalisée dans une entreprise fournit les informations suivantes :

- 48 % des salariés sont des femmes. Parmi elles, 16,5 % exercent une profession de cadre ;
- 52 % des salariés sont des hommes. Parmi eux, 21,5 % exercent une profession de cadre.

On choisit une personne au hasard parmi les salariés. On considère les évènements suivants :

- F : « la personne choisie est une femme » ;
- C : « la personne choisie exerce une profession de cadre ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit une femme qui exerce une profession de cadre.

3. **a.** Démontrer que la probabilité que la personne choisie exerce une profession de cadre est égale à 0,191.

b. Les évènements F et C sont-ils indépendants ? Justifier.

4. Calculer la probabilité de F sachant C, notée $P_C(F)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

5. On choisit au hasard un échantillon de 15 salariés. Le grand nombre de salariés dans l'entreprise permet d'assimiler ce choix à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de cadres au sein de l'échantillon de 15 salariés.

On rappelle que la probabilité qu'un salarié choisi au hasard soit un cadre est égale à 0,191.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne au plus 1 cadre.

c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X.

6. Soit n un entier naturel.

On considère dans cette question un échantillon de n salariés.

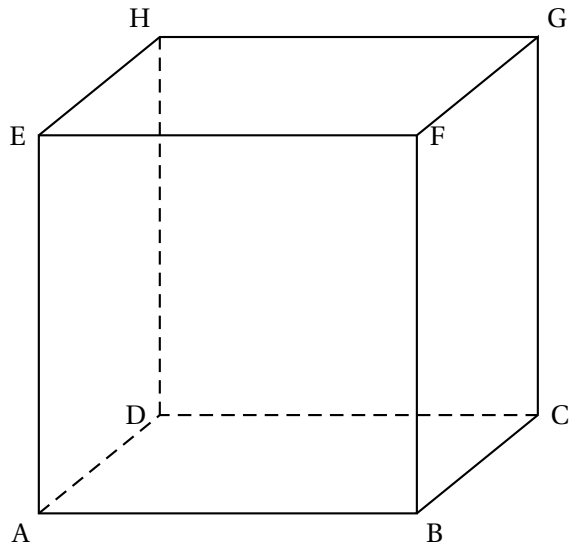
Quelle doit être la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'il y ait au moins un cadre au sein de l'échantillon soit supérieure ou égale à 0,99 ?

6. Afrique du Sud, Bulgarie, Comores, Djibouti, Kenya, Liban, Lituanie, Madagascar, Mozambique et Ukraine

7. Madagascar : chaque exercice est noté sur 6 points. La clarté et la précision de l'argumentation ainsi que la qualité de la rédaction sont notées sur 2 points.

EXERCICE 2 6 points **Thème : Géométrie dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1 représenté ci-dessous.



On munit l'espace du repère orthonormé $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}},\overrightarrow{\text{AD}},\overrightarrow{\text{AE}}\right)$.

1. **a.** Justifier que les droites (AH) et (ED) sont perpendiculaires.
   b. Justifier que la droite (GH) est orthogonale au plan (EDH).
   c. En déduire que la droite (ED) est orthogonale au plan (AGH).
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\text{ED}}$.
   Déduire de la question 1. c. qu'une équation cartésienne du plan (AGH) est :

$$y - z = 0.$$

3. On désigne par L le point de coordonnées $\left(\dfrac{2}{3}\,;\,1\,;\,0\right)$.
   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EL).
   b. Déterminer l'intersection de la droite (EL) et du plan (AGH).
   c. Démontrer que le projeté orthogonal du point L sur le plan (AGH) est le point K de coordonnées $\left(\dfrac{2}{3}\,;\,\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$.
   d. Montrer que la distance du point L au plan (AGH) est égale à $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
   e. Déterminer le volume du tétraèdre LAGH.
   On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

EXERCICE 3 6 points **Thème : Fonctions ; Suites**

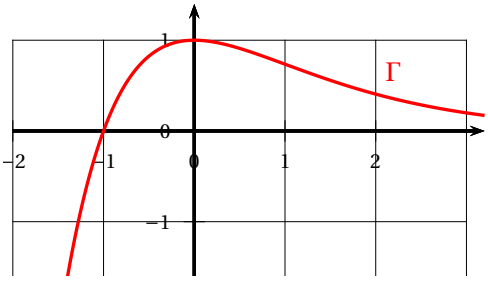
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^{1\,000} + x$.
On peut affirmer que :

a. la fonction g est concave sur $\mathbb{R}$.
b. la fonction g est convexe sur $\mathbb{R}$.
c. la fonction g possède exactement un point d'inflexion.
d. la fonction g possède exactement deux points d'inflexion.

2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note f' sa fonction dérivée.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.
On note Γ la courbe représentative de f'.
On a tracé ci-contre la courbe Γ.



On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
On peut affirmer que la tangente T est parallèle à la droite d'équation :

a. $y = x$ **b.** $y = 0$
c. $y = 1$ **d.** $x = 0$

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.
On peut affirmer que la suite (u_n) est :

a. majorée et non minorée. **b.** minorée et non majorée.
c. bornée. **d.** non majorée et non minorée.

4. Soit k un nombre réel non nul.
Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n.
On suppose que $v_0 = k$ et que pour tout n, on a $v_n \times v_{n+1} < 0$.
On peut affirmer que v_{10} est :

a. positif. **a.** négatif.
c. du signe de k. **d.** du signe de $-k$.

5. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$w_{n+1} = 2w_n - 4 \quad \text{et} \quad w_2 = 8.$$

On peut affirmer que :

a. $w_0 = 0$ **b.** $w_0 = 5$.
c. $w_0 = 10$. **d.** Il n'est pas possible de calculer w_0.

6. [8] On considère la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$a_{n+1} = \frac{\mathrm{e}^n}{\mathrm{e}^n + 1} a_n \quad \text{et} \quad a_0 = 1.$$

On peut affirmer que :

8. Cette question ne fait pas partie du sujet donné à Madagascar

a. la suite (a_n) est strictement croissante.
b. la suite (a_n) est strictement décroissante.
c. la suite (a_n) n'est pas monotone.
d. la suite (a_n) est constante.

7. Une cellule se reproduit en se divisant en deux cellules identiques, qui se divisent à leur tour, et ainsi de suite.

On appelle temps de génération le temps nécessaire pour qu'une cellule donnée se divise en deux cellules.

On a mis en culture 1 cellule. Au bout de 4 heures, il y a environ 4 000 cellules.

On peut affirmer que le temps de génération est environ égal à :

a. moins d'une minute.
b. 12 minutes.
c. 20 minutes.
d. 1 heure.

EXERCICE 4 6 points **Thème : Fonctions, Fonction exponentielle, Fonction logarithme ; Suites**

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x de $]0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x} + \ln(x).$$

1. Calculer la limite de f en 0.

2. On admet que f est dérivable sur $]0\,;\,1]$. On note f' sa fonction dérivée.
Démontrer que, pour tout réel x appartenant à $]0\,;\,1]$, on a :

$$f'(x) = \frac{1 - x\mathrm{e}^{-x}}{x}$$

3. Justifier que, pour tout réel x appartenant à $]0\,;\,1]$, on a $x\mathrm{e}^{-x} < 1$.
En déduire le tableau de variation de f sur $]0\,;\,1]$.

4. Démontrer qu'il existe un unique réel ℓ appartenant à $]0\,;\,1]$ tel que $f(\ell) = 0$.

Partie B

1. On définit deux suites (a_n) et (b_n) par :

$$\begin{cases} a_0 = \dfrac{1}{10} \\ b_0 = 1 \end{cases} \text{ et, pour tout entier naturel } n, \begin{cases} a_{n+1} = \mathrm{e}^{-b_n} \\ b_{n+1} = \mathrm{e}^{-a_n} \end{cases}$$

a. Calculer a_1 et b_1. On donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près.

b. On considère ci-dessous la fonction `termes`, écrite en langage Python.

```
def termes (n) :
  a=1/10
  b=1
  for k in range(0,n) :
    c= ...
    b = ...
    a = c
  return(a,b)
```

Recopier et compléter sans justifier le cadre ci-dessus de telle sorte que la fonction termes calcule les termes des suites (a_n) et (b_n).

2. On rappelle que la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^{-x}$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :

$$0 < a_n \leqslant a_{n+1} \leqslant b_{n+1} \leqslant b_n \leqslant 1$$

b. En déduire que les suites (a_n) et (b_n) sont convergentes.

3. On note A la limite de (a_n) et B la limite de (b_n).
On admet que A et B appartiennent à l'intervalle $]0\,;\,1]$, et que $A = \mathrm{e}^{-B}$ et $B = \mathrm{e}^{-A}$.

a. Démontrer que $f(A) = 0$.

b. Déterminer $A - B$.

Baccalauréat Amérique du Nord Jour 2 19 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur **7 points (le total sera ramené sur 20 points)**.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 (7 points) **Thème : probabilités, suites**

Dans une région touristique, une société propose un service de location de vélos pour la journée.

La société dispose de deux points de location distinctes, le point A et le point B. Les vélos peuvent être empruntés et restitués indifféremment dans l'un où l'autre des deux points de location.

On admettra que le nombre total de vélos est constant et que tous les matins, à l'ouverture du service, chaque vélo se trouve au point A ou au point B.

D'après une étude statistique :

- Si un vélo se trouve au point A un matin, la probabilité qu'il se trouve au point A le matin suivant est égale à 0,84 ;
- Si un vélo se trouve au point B un matin la probabilité qu'il se trouve au point B le matin suivant est égale à 0,76.

À l'ouverture du service le premier matin, la société a disposé la moitié de ses vélos au point A, l'autre moitié au point B.

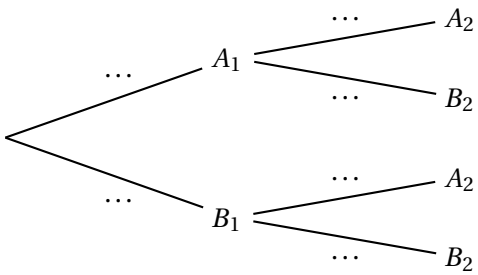
On considère un vélo de la société pris au hasard.

Pour tout entier naturel non nul n, on définit les évènements suivants :

- A_n : « le vélo se trouve au point A le n-ième matin »
- B_n : « le vélo se trouve au point B le n-ième matin ».

Pour tout entier naturel non nul n, on note a_n la probabilité de l'évènement A_n et b_n la probabilité de l'évènement B_n. Ainsi $a_1 = 0{,}5$ et $b_1 = 0{,}5$.

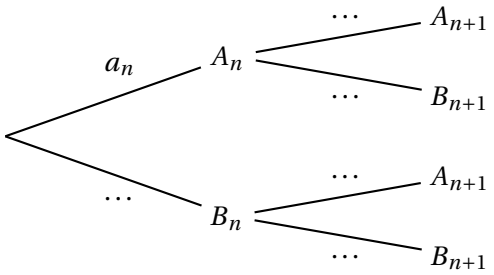
1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation pour les deux premiers matins :



2. **a.** Calculer a_2.

b. Le vélo se trouve au point A le deuxième matin. Calculer la probabilité qu'il se soit trouvé au point B le premier matin. La probabilité sera arrondie au millième.

3. **a.** Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation pour les n-ième et $n+1$-ième matins.



b. Justifier que pour tout entier naturel non nul n, $a_{n+1} = 0{,}6a_n + 0{,}24$.

4. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel non nul n, $a_n = 0{,}6 - 0{,}1 \times 0{,}6^{n-1}$.

5. Déterminer la limite de la suite (a_n) et interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

6. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $a_n \geqslant 0{,}599$ et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 (7 points) **Thème : fonctions, fonction exponentielle**

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-3\,;\,4]$ une unique solution qui sera notée α.

3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.

4. Donner le tableau de signes de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

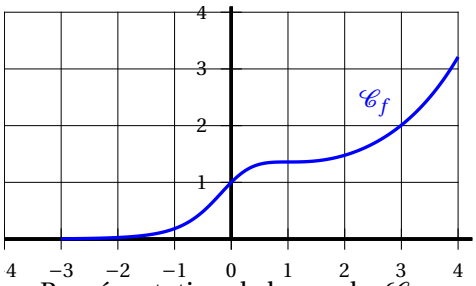
$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1 + x^2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

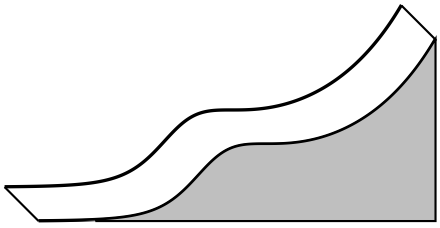
1. **a.** Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe $\mathscr{C}_f$ comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$


Vue de profil du toboggan

a. D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations ? Argumenter.

b. On admet que la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3\,;\,4]$:

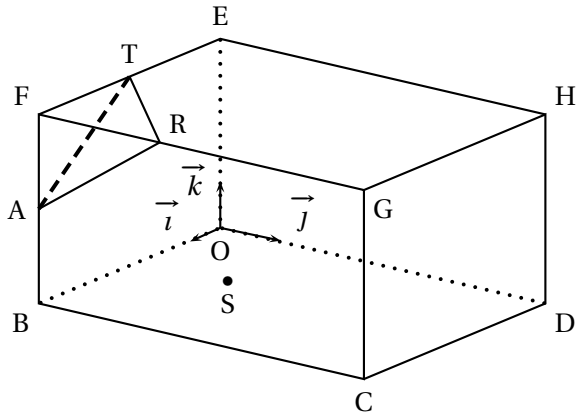
$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)\mathrm{e}^x}{\left(1+x^2\right)^3}$$

où p est la fonction définie dans la partie A.

En utilisant l'expression précédente de f'', répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations ? ». Justifier.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

Une exposition d'art contemporain a lieu dans une salle en forme de pavé droit de largeur 6 m, de longueur 8 m et de hauteur 4 m.
Elle est représentée par le parallélépipède rectangle OBCDEFGH où OB = 6 m, OD = 8 m et OE = 4 m.
On utilise le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ tel que $\vec{\imath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ et $\vec{k} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OE}}$.



Dans ce repère on a, en particulier C(6 ; 8 ; 0), F(6 ; 0 ; 4) et G(6 ; 8 ; 4).
Une des œuvres exposées est un triangle de verre représenté par le triangle ART qui a pour
sommets A(6 ; 0 ; 2), R(6 ; 3 ; 4) et T(3 ; 0 ; 4), Enfin, S est le point de coordonnées $\left(3\,;\,\frac{5}{2}\,;\,0\right)$.

1. **a.** Vérifier que le triangle ART est isocèle en A.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{AR}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AT}}$.

c. En déduire une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle $\widehat{\mathrm{RAT}}$.

2. **a.** Justifier que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ART).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (ART).

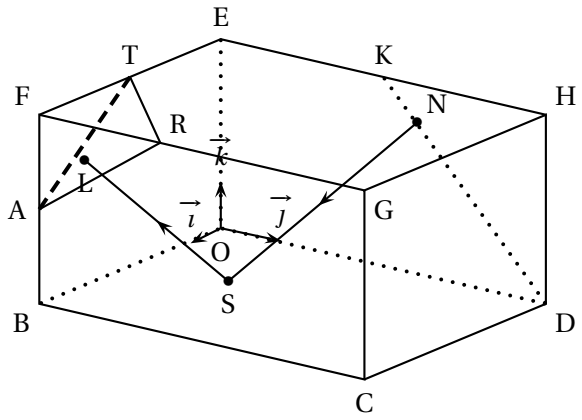
3. Un rayon laser dirigé vers le triangle ART est émis du plancher à partir du point S. On admet que ce rayon est orthogonal au plan (ART).

a. Soit Δ la droite orthogonale au plan (ART) et passant par le point S.
Justifier que le système ci-dessous est une représentation paramétrique de la droite Δ :

$$\begin{cases} x &= 3+2k \\ y &= \dfrac{5}{2}-2k \\ z &= 3k \end{cases}, \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

b. Soit L le point d'intersection de la droite Δ, avec le plan (ART).
Démontrer que L a pour coordonnées $\left(5\,;\,\dfrac{1}{2}\,;\,3\right)$.

4. L'artiste installe un rail représenté par le segment [DK] ou K est le milieu du segment [EH].
Sur ce rail, il positionne une source lumineuse laser en un point N du segment [DK] et il oriente ce second rayon laser vers le point S.



a. Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,1]$, le point N de coordonnées $(0\,;\,8-4t\,;\,4t)$ est un point du segment [DK].

b. Calculer les coordonnées exactes du point N tel que les deux rayons laser représentés par les segments [SL] et [SN] soient perpendiculaires.

EXERCICE 4 (7 points) Thème : fonction logarithme népérien, probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) qui comprend six questions. Les six questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, ***une seule des quatre réponses est exacte****. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.*
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point

Question 1

Le réel a est définie par $a = \ln(9) + \ln\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) + \ln\left(\dfrac{1}{9}\right)$ est égal à :

a. $1-\dfrac{1}{2}\ln(3)$ **b.** $\dfrac{1}{2}\ln(3)$ **c.** $3\ln(3)+\dfrac{1}{2}$ **d.** $-\dfrac{1}{2}\ln(3)$

Question 2

On note (E) l'équation suivante $\ln x+\ln(x-10)=\ln 3+\ln 7$ d'inconnue le réel x.

a. 3 est solution de (E).
b. $5-\sqrt{46}$ est solution de (E).
c. L'équation (E) admet une unique solution réelle.
d. L'équation (E) admet deux solutions réelles.

Question 3

La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par l'expression $f(x)=x^2(-1+\ln x)$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

a. Pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x)=2x+\dfrac{1}{x}$.
b. La fonction f est croissante sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
c. $f'\left(\sqrt{\text{e}}\right)$ est différent de 0.
d. La droite d'équation $y=-\dfrac{1}{2}\text{e}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\sqrt{\text{e}}$.

Question 4

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus. On tire successivement et avec remise 5 jetons du sac.
La probabilité de tirer exactement 2 jetons jaunes, arrondie au millième, est :

a. 0,683 **b.** 0,346 **c.** 0,230 **d.** 0,165

Question 5

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus. On tire successivement et avec remise 5 jetons du sac.
La probabilité de tirer au moins un jeton jaune, arrondie au millième, est :

a. 0,078 **b.** 0,259 **c.** 0,337 **d.** 0,922

Question 6

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus.
On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire successivement et avec remise cinq jetons du sac.
On note le nombre de jetons jaunes obtenus après ces cinq tirages.
Si on répète cette expérience aléatoire un très grand nombre de fois alors, en moyenne, le nombre de jetons jaunes est égal à :

a. 0,4 **b.** 1,2 **c.** 2 **d.** 2,5

Baccalauréat Polynésie 30 août 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 7 points **probabilités**

Parmi les angines, un quart nécessite la prise d'antibiotiques, les autres non.
Afin d'éviter de prescrire inutilement des antibiotiques, les médecins disposent d'un test de diagnostic ayant les caractéristiques suivantes :

- lorsque l'angine nécessite la prise d'antibiotiques, le test est positif dans 90 % des cas ;
- lorsque l'angine ne nécessite pas la prise d'antibiotiques, le test est négatif dans 95 % des cas.

Les probabilités demandées dans la suite de l'exercice seront arrondies à 10^{-4} près si nécessaire.

Partie 1

Un patient atteint d'angine et ayant subi le test est choisi au hasard.
On considère les évènements suivants :

- A : « le patient est atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques » ;
- T : « le test est positif » ;
- $\overline{A}$ et $\overline{T}$ sont respectivement les évènements contraires de A et T.

1. Calculer $P(A \cap T)$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Démontrer que $P(T) = 0{,}262\,5$.

3. On choisit un patient ayant un test positif. Calculer la probabilité qu'il soit atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques.

4. **a.** Parmi les évènements suivants, déterminer ceux qui correspondent à un résultat erroné du test : $A \cap T$, $\overline{A} \cap T$, $A \cap \overline{T}$, $\overline{A} \cap \overline{T}$.

b. On définit l'évènement E : « le test fournit un résultat erroné ».
Démontrer que $p(E) = 0{,}062\,5$.

Partie 2

On sélectionne au hasard un échantillon de n patients qui ont été testés.
On admet que l'on peut assimiler ce choix d'échantillon à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de patients de cet échantillon ayant un test erroné.

1. On suppose que $n = 50$.

a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$ de paramètres
$n = 50$ et $p = 0{,}062\,5$.

b. Calculer $P(X = 7)$.

c. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un patient dans l'échantillon dont le test est erroné.

2. Quelle valeur minimale de la taille de l'échantillon faut-il choisir pour que $P(X \geqslant 10)$ soit supérieure à 0,95 ?

EXERCICE 2 7 points **suites, fonctions**

Soit k un nombre réel.
On considère la suite (u_n) définie par son premier terme u_0 et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = k u_n (1 - u_n).$$

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.
On y étudie deux cas de figure selon les valeurs de k.

Partie 1

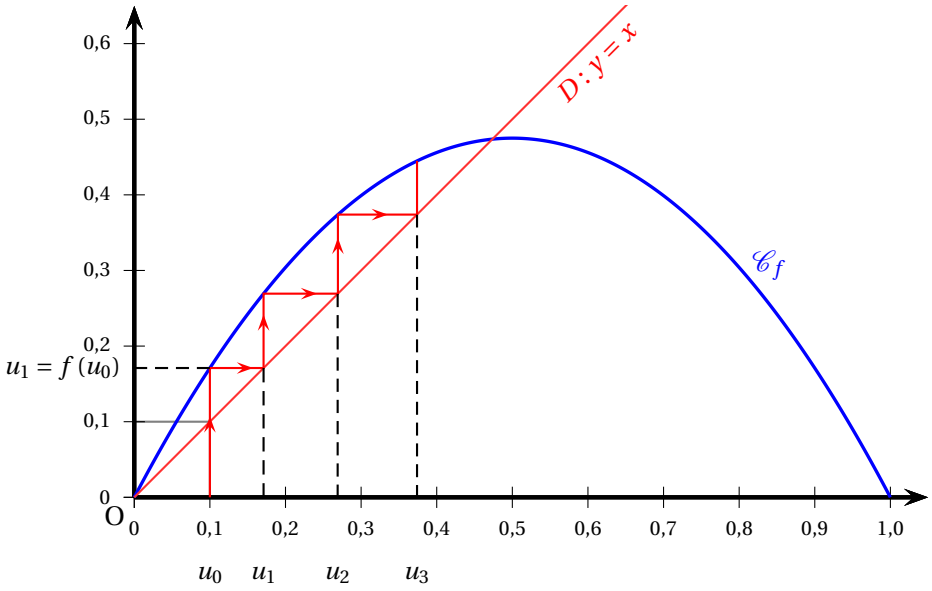
Dans cette partie, $k = 1{,}9$ et $u_0 = 0{,}1$.
On a donc, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}9u_n(1 - u_n)$.

1. On considère la fonction f définie sur $[0\,;1]$ par $f(x) = 1{,}9x(1-x)$.

a. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;1]$.

b. En déduire que si $x \in [0\,;\,1]$ alors $f(x) \in [0\,;\,1]$.

2. Ci-dessous sont représentés les premiers termes de la suite (u_n) construits à partir de la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f et de la droite D d'équation $y = x$.
Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) et sa limite éventuelle.



3. **a.** En utilisant les résultats de la question 1, démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{1}{2}.$$

b. En déduire que la suite (u_n) converge.

c. Déterminer sa limite.

Partie 2

Dans cette partie, $k = \dfrac{1}{2}$ et $u_0 = \dfrac{1}{4}$.

On a donc, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n(1-u_n)$ et $u_0 = \dfrac{1}{4}$.

On admet que pour tout entier naturel n : $0 \leqslant u_n \leqslant \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

1. Démontrer que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.

2. On considère la fonction Python `algo (p)` où `p` désigne un entier naturel non nul :

```
def algo(p) :
  u =1/4
  n = 0
  while u > 10**(-p):
    u = 1/2*u*(1 - u)
    n = n+1
   return(n)
```

Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel non nul `p`, la boucle while ne tourne pas indéfiniment, ce qui permet à la commande `algo (p)` de renvoyer une valeur.

EXERCICE 3 7 points **fonctions**

Partie 1

Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{2\ln x}{x}.$$

1. On note g' la dérivée de g. Démontrer que pour tout réel x strictement positif :

$$g'(x) = \frac{2-2\ln x}{x^2}.$$

2. On dispose de ce tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$:

x	0		1	e	$+\infty$
Variations de g	‖	$-\infty$ ↗	0	↗ $\frac{2}{\mathrm{e}}$	↘ 0

Justifier les informations suivantes lues dans ce tableau :

a. la valeur $\dfrac{2}{\mathrm{e}}$;

b. les variations de la fonction g sur son ensemble de définition ;

c. les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition.

3. En déduire le tableau de signes de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

Partie 2

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = [\ln(x)]^2.$$

Dans cette partie, chaque étude est effectuée sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

1. Démontrer que sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, la fonction f est une primitive de la fonction g.

2. À l'aide de la partie 1, étudier :

a. la convexité de la fonction f ;

b. les variations de la fonction f.

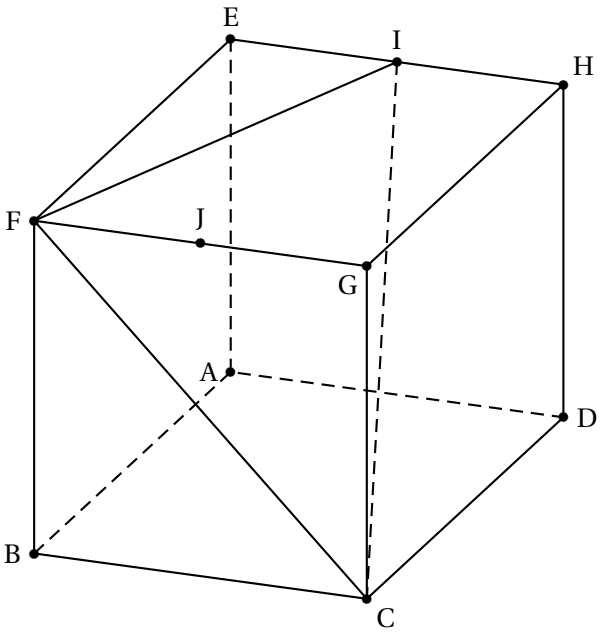
3. **a.** Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse e.

b. En déduire que, pour tout réel x dans $]0\,;\,\mathrm{e}]$:

$$[\ln(x)]^2 \geqslant \frac{2}{\mathrm{e}}x - 1.$$

EXERCICE 4 7 points **géométrie dans le plan et dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH.
On note I le milieu du segment[EH] et on considère le triangle CFI.
L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\mathrm{A}\,;\,\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{AD}},\overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$ et on admet que le point I a pour coordonnées $\left(0\,;\,\frac{1}{2};\,1\right)$ dans ce repère.



1. **a.** Donner sans justifier les coordonnées des points C, F et G.

b. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ est normal au plan (CFI).

c. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (CFI) est : $x+2y+2z-3=0$.

2. On note d la droite passant par G et orthogonale au plan (CFI).

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

b. Démontrer que le point $\text{K}\left(\frac{7}{9}\,;\,\frac{5}{9}\,;\,\frac{5}{9}\right)$ est le projeté orthogonal du point G sur le plan (CFI).

c. Déduire des questions précédentes que la distance du point G au plan (CFI) est égale à $\frac{2}{3}$.

3. On considère la pyramide GCFI.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V=\frac{1}{3}\times b\times h,$$

où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

a. Démontrer que le volume de la pyramide GCFI est égal à $\frac{1}{6}$, exprimé en unité de volume.

b. En déduire l'aire du triangle CFI, en unité d'aire.

Baccalauréat spécialité Jour 1

Métropole Antilles-Guyane 8 septembre 2022

Exercice 1 7 points **Thèmes : fonctions, suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

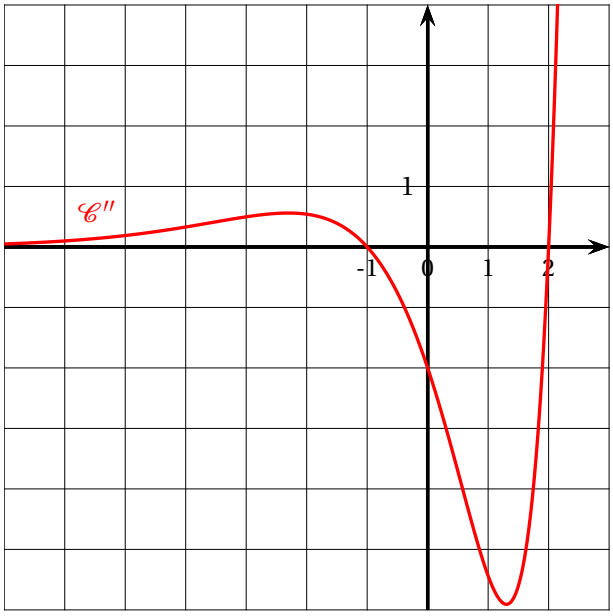
1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}.$$

La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

a. $x = 2$; **b.** $y = 2$; **c.** $y = 0$; **d.** $x = -1$

2. On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ sa représentation graphique.
On désigne par f'' la dérivée seconde de f.
On a représenté sur le graphique ci-contre la courbe de f'', notée $\mathscr{C}''$.



a. $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion ;
b. f est convexe sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$;
c. f est convexe sur $]-\infty\,;\,-1]$ et sur $[2\,;\,+\infty[$;
d. f est convexe sur $\mathbb{R}$.

3. On donne la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.
La suite (v_n), définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2$, est :

a. arithmétique de raison -2 ; **b.** géométrique de raison -2 ;
c. arithmétique de raison 1 ; **d.** géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

4. On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel, on a :

$$1+\left(\frac{1}{4}\right)^n \leqslant u_n \leqslant 2-\frac{n}{n+1}$$

On peut affirmer que la suite (u_n) :

a. converge vers 2 ; **b.** converge vers 1 ;
c. diverge vers $+\infty$; **d.** n'a pas de limite.

5. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=x^2\ln x$.
Une primitive F de f sur $]0\,;\,+\infty[$ est définie par :

a. $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3\left(\ln x-\dfrac{1}{3}\right)$; **b.** $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3(\ln x-1)$;
c. $F(x)=\dfrac{1}{3}x^2$; **d.** $F(x)=\dfrac{1}{3}x^2(\ln x-1)$.

6. Pour tout réel x, l'expression $2+\dfrac{3\mathrm{e}^{-x}-5}{\mathrm{e}^{-x}+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{5-3\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$; **b.** $\dfrac{5+3\mathrm{e}^x}{1-\mathrm{e}^x}$;
c. $\dfrac{5+3\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$; **d.** $\dfrac{5-3\mathrm{e}^x}{1-\mathrm{e}^x}$.

Exercice 2 7 points **Thème probabilités**

Un hôtel situé à proximité d'un site touristique dédié à la préhistoire propose deux visites dans les environs, celle d'un musée et celle d'une grotte.

Une étude a montré que 70 % des clients de l'hôtel visitent le musée. De plus, parmi les clients visitant le musée, 60 % visitent la grotte.
Cette étude montre aussi que 6 % des clients de l'hôtel ne font aucune visite.
On interroge au hasard un client de l'hôtel et on note :

- M l'évènement : « le client visite le musée » ;
- G l'évènement : « le client visite la grotte ».

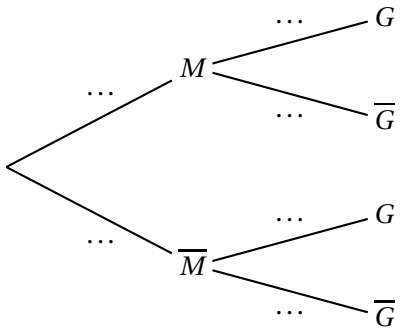
On note $\overline{M}$ l'évènement contraire de M, $\overline{G}$ l'évènement contraire de G, et pour tout évènement E, on note $p(E)$ la probabilité de E.
Ainsi, d'après l'énoncé, on a : $p\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)=0{,}06$.

1. **a.** Vérifier que $p_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=0{,}2$, où $p_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)$ désigne la probabilité que le client interrogé ne visite pas la grotte sachant qu'il ne visite pas le musée.

b. L'arbre pondéré ci-contre modélise la situation. Recopier et compléter cet arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité associée.

c. Quelle est la probabilité de l'évènement « le client visite la grotte et ne visite pas le musée » ?

d. Montrer que $p(G)=0{,}66$.



2. Le responsable de l'hôtel affirme que parmi les clients qui visitent la grotte, plus de la moitié visitent également le musée. Cette affirmation est-elle exacte ?

3. Les tarifs pour les visites sont les suivants :

- visite du musée : 12 euros ;
- visite de la grotte : 5 euros.

On considère la variable aléatoire T qui modélise la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites.

a. Donner la loi de probabilité de T. On présentera les résultats sous la forme d'un tableau.

b. Calculer l'espérance mathématique de T.

c. Pour des questions de rentabilité, le responsable de l'hôtel estime que le montant moyen des recettes des visites doit être supérieur à 700 euros par jour.

Déterminer le nombre moyen de clients par journée permettant d'atteindre cet objectif.

4. Pour augmenter les recettes, le responsable souhaite que l'espérance de la variable aléatoire modélisant la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites passe à 15 euros, sans modifier le prix de visite du musée qui demeure à 12 euros.

Quel prix faut-il fixer pour la visite de la grotte afin d'atteindre cet objectif ? (On admettra que l'augmentation du prix d'entrée de la grotte ne modifie pas la fréquentation des deux sites).

5. On choisit au hasard 100 clients de l'hôtel, en assimilant ce choix à un tirage avec remise.

Quelle est la probabilité qu'au moins les trois quarts de ces clients aient visité la grotte à l'occasion de leur séjour à l'hôtel ?

On donnera une valeur du résultat à 10^{-3} près.

Exercice 3 7 points Thème fonctions logarithmes et exponentielles, suites

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x},$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Donner la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
   a. Montrer que, pour tout nombre réel $x \geqslant 1$, $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$.
   b. Justifier le tableau de signes suivant, donnant le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

x	1		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

   c. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f.
3. Soit k un nombre réel positif ou nul.
   a. Montrer que, si $0 \leqslant k \leqslant \dfrac{1}{\mathrm{e}}$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution sur l'intervalle $[1 ; \mathrm{e}]$.
   b. Si $k > \dfrac{1}{\mathrm{e}}$, l'équation $f(x) = k$ admet-elle des solutions sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$? Justifier.

Partie B

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{\frac{x}{4}}.$$

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = \mathrm{e}^{\frac{u_n}{4}}$ c'est-à-dire : $u_{n+1} = g(u_n)$.

1. Justifier que la fonction g est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \mathrm{e}$.
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

On note ℓ la limite de la suite (u_n) et on admet que f est solution de l'équation :

$$\mathrm{e}^{\frac{x}{4}} = x.$$

4. En déduire que ℓ est solution de l'équation $f(x) = \dfrac{1}{4}$, où f est la fonction étudiée dans la partie A.
5. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4 7 points **Thème : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points

$$A(-1\,;\,-1\,;\,3),\qquad B(1\,;\,1\,;\,2),\qquad C(1\,;\,-1\,;\,7)$$

On considère également la droite Δ passant par les points D$(-1\,;\,6\,;\,8)$ et E$(11\,;\,-9\,;\,2)$.

1. **a.** Vérifier que la droite Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x &= -1+4t \\ y &= 6-5t \\ z &= 8-2t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

b. Préciser une représentation paramétrique de la droite Δ' parallèle à Δ et passant par l'origine O du repère.

c. Le point F$(1{,}36\,;\,-1{,}7\,;\,-0{,}7)$ appartient-il à la droite Δ' ?

2. **a.** Montrer que les points A, B et C définissent un plan.

b. Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan (ABC).

c. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $4x-5y-2z+5=0$.

3. **a.** Montrer que le point G$(7\,;\,-4\,;\,4)$ appartient à la droite Δ.

b. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point G sur le plan (ABC).

c. En déduire que la distance du point G au plan (ABC) est égale à $3\sqrt{5}$.

4. **a.** Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b. Calculer le volume V du tétraèdre ABCG.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule $V = \dfrac{1}{3} \times B \times h$ où B est l'aire d'une base et h la hauteur correspondant à cette base.

Baccalauréat spécialité Jour 2
Métropole Antilles-Guyane 9 septembre 2022

Exercice 1 7 points **Thèmes : probabilités**

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain.
Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.
On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

— Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4 ;

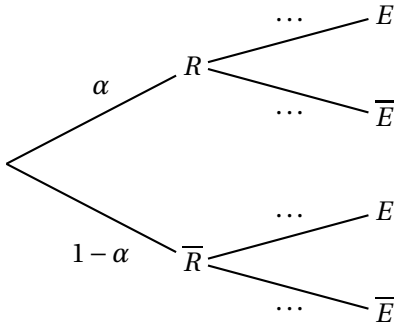
— Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7 ;

— La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.
On considère les évènements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route » ;
- E : « le client loue un vélo électrique » ;
- $\overline{R}$ et $\overline{E}$, évènements contraires de R et E.

On modélise cette situation aléatoire à l'aide de l'arbre reproduit ci-contre :
Si F désigne un évènement quelconque, on notera $p(F)$ la probabilité de F.



1. Recopier cet arbre sur la copie et le compléter.

2. **a.** Montrer que $p(E) = 0{,}7 - 0{,}3\alpha$.

b. En déduire que : $\alpha = 0{,}4$.

3. On sait que le client a loué un vélo électrique.

Déterminer la probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain. On donnera le résultat arrondi au centième.

4. Quelle est la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique ?

5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros.

Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.

On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.

a. Donner la loi de probabilité de X. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.

b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.

6. Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise.

On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.

On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0{,}58$.

a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

Exercice 2 7 points **Thèmes : suites, fonctions**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définie par $a_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$.

On peut affirmer que :

a. (a_n) est arithmétique ; **b.** (b_n) est géométrique ;
c. (a_n) est géométrique ; **d.** (b_n) est arithmétique.

Dans les questions 2. et 3., on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2,\ v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \begin{cases} u_{n+1} &= u_n + 3v_n \\ v_{n+1} &= u_n + v_n. \end{cases}$$

2. On peut affirmer que :

a. $\begin{cases} u_2 &= 5 \\ v_2 &= 3 \end{cases}$ **b.** $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2$ **c.** $\dfrac{u_2}{v_2} = 1{,}75$ **d.** $5u_1 = 3v_1$.

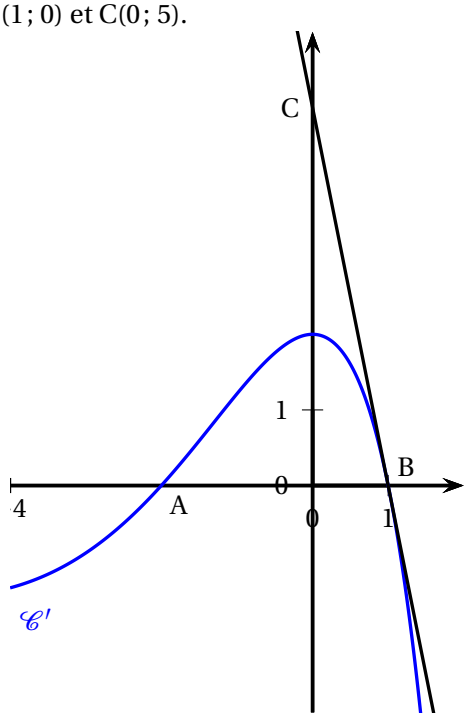
3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

```
def valeurs() :
  u = 2
  v = 1
  for k in range(1,11)
    c = u
    u = u + 3*v
    v = c + v
  return (u, v)
```

Ce programme renvoie :

a. u_{11} et v_{11} ; **b.** u_{10} et v_{11} ; **c.** les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10 ; **d.** u_{10} et v_{10}.

Pour les questions 4. et 5., on considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\,;\,2]$. On note f' la fonction dérivée de f et f'' la dérivée seconde de f.
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan. On donne de plus les points A$(-2\,;\,0)$, B$(1\,;0)$ et C$(0\,;5)$.



4. La fonction f est :

a. concave sur $[-2\,;\,1]$;
b. convexe sur $[-4\,;\,0]$;
c. convexe sur $[-2\,;\,1]$;
d. convexe sur $[0\,;2]$.

5. On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}'$ au point B. On a :

a. $f'(1)<0$;
b. $f'(1)=5$;
c. $f''(1)>0$;
d. $f''(1)=-5$.

6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\left(x^2+1\right)\mathrm{e}^x$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0)=1$ est définie par :

a. $F(x)=\left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x$;
b. $F(x)=\left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x-2$;
c. $F(x)=\left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x+1$;
d. $F(x)=\left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x$.

Exercice 3 7 points **Thèmes : fonction logarithme, suites**

Les parties B et C sont indépendantes

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x)=x-x\ln x,$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

Partie A

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
3. On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
a. Démontrer que, pour tout réel $x>0$, on a : $f'(x)=-\ln x$.
b. En déduire les variations de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$ et dresser son tableau de variations.
4. Résoudre l'équation $f(x)=x$ sur $]0\,;\,+\infty[$.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser avec profit certains résultats de la partie A.
On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0{,}5 \\ u_{n+1} &= u_n - u_n \ln u_n \text{ pour tout entier naturel } n, \end{cases}$$

Ainsi, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. On rappelle que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1]$.
Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0{,}5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

2. **a.** Montrer que la suite (u_n) est convergente.
b. On note ℓ la limite de la suite (u_n). Déterminer la valeur de ℓ.

Partie C

Pour un nombre réel k quelconque, on considère la fonction f_k définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f_k(x) = kx - x\ln x.$$

1. Pour tout nombre réel k, montrer que f_k admet un maximum y_k atteint en $x_k = \mathrm{e}^{k-1}$.

2. Vérifier que, pour tout nombre réel k, on a : $x_k = y_k$.

Exercice 4 7 points **Thèmes : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère :

- la droite $\mathscr{D}$ passant par le point A$(2\,;\,4\,;\,0)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$;
- la droite $\mathscr{D}'$ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 3+t \\ z &= 3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

1. **a.** Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u'}$ de la droite $\mathscr{D}'$.
b. Montrer que les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ ne sont pas parallèles.
c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$.

On admet dans la suite de cet exercice qu'il existe une unique droite Δ perpendiculaire aux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$. Cette droite Δ coupe chacune des droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$.
On appellera M le point d'intersection de Δ et $\mathscr{D}$, et M$'$ le point d'intersection de Δ et $\mathscr{D}'$.
On se propose de déterminer la distance MM$'$ appelée « distance entre les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ ».

2. Montrer que le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite Δ.

3. On note $\mathscr{P}$ le plan contenant les droites $\mathscr{D}$ et Δ, c'est-à-dire le plan passant par le point A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

a. Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\\-5\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$.

b. En déduire qu'une équation du plan $\mathscr{P}$ est : $2x-y-5z=0$.

c. On rappelle que M′ est le point d'intersection des droites Δ et $\mathscr{D}'$.
Justifier que M′ est également le point d'intersection de $\mathscr{D}'$ et du plan $\mathscr{P}$.
En déduire que les coordonnées du point M′ sont $(3\,;1\,;1)$.

4. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.

b. Justifier que le point M a pour coordonnées $(1\,;2\,;0)$.

c. Calculer la distance MM′.

5. On considère la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases}x &= 5t\\ y &= 2+5t\\ z &= 1+t\end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$.

a. Montrer que la droite d est parallèle au plan $\mathscr{P}$.

b. On note ℓ la distance d'un point N de la droite d au plan $\mathscr{P}$.
Exprimer le volume du tétraèdre ANMM′ en fonction de ℓ.
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $V=\dfrac{1}{3}\times B\times h$ où B désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

c. Justifier que, si N_1 et N_2 sont deux points quelconques de la droite d, les tétraèdres AN_1MM' et AN_2MM' ont le même volume.

Baccalauréat Amérique du Sud 26 septembre 2022
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 1

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 PROBABILITÉS — 7 points

PARTIE A

Le système d'alarme d'une entreprise fonctionne de telle sorte que, si un danger se présente, l'alarme s'active avec une probabilité de 0,97.
La probabilité qu'un danger se présente est de 0,01 et la probabilité que l'alarme s'active est de 0,014 65.
On note A l'évènement « l'alarme s'active » et D l'événement « un danger se présente ».
On note $\overline{M}$ l'évènement contraire d'un évènement M et $P(M)$ la probabilité de l'évènement M.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré qui sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. **a.** Calculer la probabilité qu'un danger se présente et que l'alarme s'active.
   b. En déduire la probabilité qu'un danger se présente sachant que l'alarme s'active. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Montrer que la probabilité que l'alarme s'active sachant qu'aucun danger ne s'est présenté est 0,005.
4. On considère qu'une alarme ne fonctionne pas normalement lorsqu'un danger se présente et qu'elle ne s'active pas ou bien lorsqu'aucun danger ne se présente et qu'elle s'active.
   Montrer que la probabilité que l'alarme ne fonctionne pas normalement est inférieure à 0,01.

PARTIE B

Une usine fabrique en grande quantité des systèmes d'alarme. On prélève successivement et au hasard 5 systèmes d'alarme dans la production de l'usine. Ce prélèvement est assimilé à un tirage avec remise.
On note S l'évènement « l'alarme ne fonctionne pas normalement » et on admet que $P(S) = 0{,}005\,25$.
On considère X la variable aléatoire qui donne le nombre de systèmes d'alarme ne fonctionnant pas normalement parmi les 5 systèmes d'alarme prélevés.
Les résultats seront arrondis à 10^{-4}.

1. Donner la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X et préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans le lot prélevé, un seul système d'alarme ne fonctionne pas normalement.
3. Calculer la probabilité que, dans le lot prélevé, au moins un système d'alarme ne fonctionne pas normalement.

PARTIE C

Soit n un entier naturel non nul. On prélève successivement et au hasard n systèmes d'alarme. Ce prélèvement est assimilé à un tirage avec remise.
Déterminer le plus petit entier n tel que la probabilité d'avoir, dans le lot prélevé, au moins un système d'alarme qui ne fonctionne pas normalement soit supérieure à 0,07.

EXERCICE 2 SUITES **7 points**

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{5}u_n^2$.

1. **a.** Calculer u_1 et u_2.

b. Recopier et compléter la fonction ci-dessous écrite en langage Python. Cette fonction est nommée *suite_u* et prend pour paramètre l'entier naturel p.
Elle renvoie la valeur du terme de rang p de la suite (u_n).

```
def suite_u(p) :
  u= ...
  for i in range(1,...) :
    u =...
  return u
```

2. **a.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 < u_n \leqslant 4$.

b. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3. **a.** Justifier que la limite ℓ de la suite (u_n) vérifie l'égalité $\ell = \dfrac{1}{5}\ell^2$.

b. En déduire la valeur de ℓ.

4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \ln(u_n)$ et $w_n = v_n - \ln(5)$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 2v_n - \ln(5)$.

b. Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 2.

c. Pour tout entier naturel n, donner l'expression de w_n en fonction de n et montrer que $v_n = \ln\left(\dfrac{4}{5}\right) \times 2^n + \ln(5)$.

5. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

EXERCICE 3 FONCTIONS, FONCTION LOGARITHME **7 points**

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = 1 + x^2[1 - 2\ln(x)].$$

La fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et on note g' sa fonction dérivée.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

PARTIE A

1. Justifier que g(e) est strictement négatif.

2. Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

3. **a.** Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $g'(x) = -4x\ln(x)$.

b. Étudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

c. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

d. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}

4. Déduire de ce qui précède le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

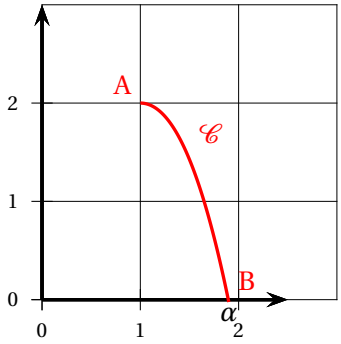
PARTIE B

1. On admet que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[1 ; \alpha]$, $g''(x) = -4[\ln(x) + 1]$. Justifier que la fonction g est concave sur l'intervalle $[1 ; \alpha]$.

2. Sur la figure ci-contre, A et B sont les points de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisses respectives 1 et α.

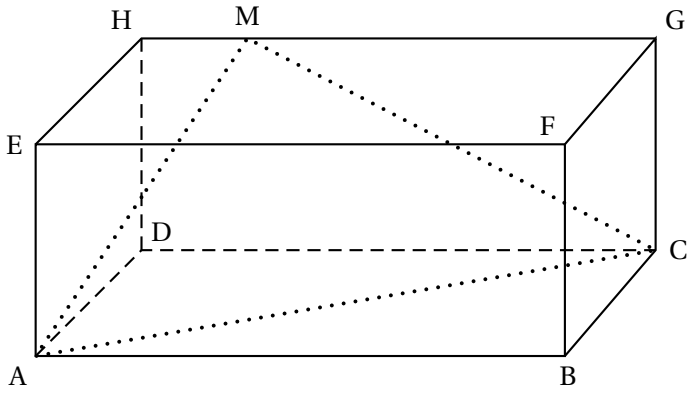
a. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

b. En déduire que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[1 ; \alpha]$, $g(x) \geqslant \dfrac{-2}{\alpha - 1}x + \dfrac{2\alpha}{\alpha - 1}$.



EXERCICE 4 GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE **7 points**

Dans la figure ci-dessous, ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 5, AD = 3 et AE = 2.
L'espace est muni d'un repère orthonormé d'origine A dans lequel les points B, D et E ont respectivement pour coordonnées (5 ; 0 ; 0), (0 ; 3 ; 0) et (0 ; 0 ; 2).



1. **a.** Donner, dans le repère considéré, les coordonnées des points H et G.

b. Donner une représentation paramétrique de la droite (GH).

2. Soit M un point du segment [GH] tel que $\overrightarrow{\text{HM}} = k\overrightarrow{\text{HG}}$ avec k un nombre réel de l'intervalle $[0 ; 1]$.

a. Justifier que les coordonnées de M sont $(5k ; 3 ; 2)$.

b. En déduire que $\overrightarrow{\text{AM}} \cdot \overrightarrow{\text{CM}} = 25k^2 - 25k + 4$.

c. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles AMC est un triangle rectangle en M.

Dans toute la suite de l'exercice, on considère que le point M a pour coordonnées (1 ; 3 ; 2).
On admet que le triangle AMC est rectangle en M .
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $\dfrac{1}{3} \times$ Aire de la base $\times h$ où h est la hauteur relative à la base.

3. On considère le point K de coordonnées $(1\,;3\,;0)$.

a. Déterminer une équation cartésienne du plan (ACD).

b. Justifier que le point K est le projeté orthogonal du point M sur le plan (ACD).

c. En déduire le volume du tétraèdre MACD.

4. On note P le projeté orthogonal du point D sur le plan (AMC).
Calculer la distance DP ; en donner une valeur arrondie à 10^{-1}.

∽ Baccalauréat Amérique du Sud 27 septembre 2022 ∾
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 PROBABILITÉS **7 points**

Une entreprise fabrique des composants pour l'industrie automobile. Ces composants sont conçus sur trois chaînes de montage numérotées de 1 à 3.

- La moitié des composants est conçue sur la chaîne n° 1 ;
- 30 % des composants sont conçus sur la chaîne n° 2 ;
- les composants restant sont conçus sur la chaîne n° 3.

À l'issue du processus de fabrication, il apparaît que 1 % des pièces issues de la chaîne n° 1 présentent un défaut, de même que 0,5 % des pièces issues de la chaîne n° 2 et 4 % des pièces issues de la chaîne n° 3.
On prélève au hasard un de ces composants. On note :

- C_1 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 1 » ;
- C_2 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 2 » ;
- C_3 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 3 » ;
- D l'évènement « le composant est défectueux »et $\overline{D}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les calculs de probabilité seront donnés en valeur décimale exacte ou arrondie à 10^{-4} *si nécessaire.*

PARTIE A

1. Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne n° 3 et soit défectueux.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement D est $P(D) = 0{,}0145$.
4. Calculer la probabilité qu'un composant défectueux provienne de la chaîne n° 3.

PARTIE B

L'entreprise décide de conditionner les composants produits en constituant des lots de n unités. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de n unités, associe le nombre de composants défectueux de ce lot.
Compte tenu des modes de production et de conditionnement de l'entreprise, on peut considérer que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}0145$.

1. Dans cette question, les lots possèdent 20 unités. On pose $n = 20$.
   a. Calculer la probabilité pour qu'un lot possède exactement trois composants défectueux.
   b. Calculer la probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux.
   En déduire la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux.

2. Le directeur de l'entreprise souhaite que la probabilité de n'avoir aucun composant défectueux dans un lot de n composants soit supérieure à 0,85.

Il propose de former des lots de 11 composants au maximum. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

PARTIE C

Les coûts de fabrication des composants de cette entreprise sont de 15 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 1, 12 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 2 et 9 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 3.
Calculer le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise.

EXERCICE 2 FONCTIONS, FONCTION LOGARITHME **7 points**

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f, définie sur $]0\,;\,+\infty[$,par :

$$f(x) = 3x - x\ln(x) - 2\ln(x).$$

PARTIE A : Étude d'une fonction auxiliaire g

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = 2(x-1) - x\ln(x).$$

On note g' la fonction dérivée de g. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

1. Calculer $g(1)$ et $g(\text{e})$.

2. Déterminer $\lim\limits_{x\to+0} g(x)$ en justifiant votre démarche.

3. Montrer que, pour tout $x > 0$, $g'(x) = 1 - \ln(x)$.
En déduire le tableau des variations de g sur $]0\,;\,+\infty[$.

4. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions distinctes sur $]0\,;\,+\infty[$: 1 et α avec α appartenant à l'intervalle $[\text{e}\,;\,+\infty[$.
On donnera un encadrement de α à 0,01 près.

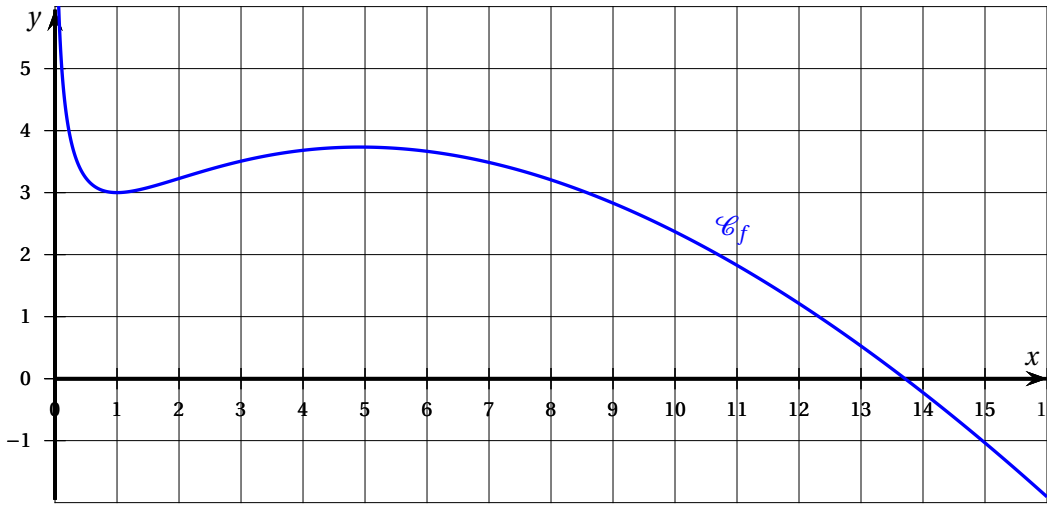
5. En déduire le tableau de signes de g sur $]0\,;\,+\infty[$.

PARTIE B : Étude de la fonction f

On considère dans cette partie la fonction f, définie sur $]0\,;\,+\infty[$,par

$$f(x) = 3x - x\ln(x) - 2\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de f.
La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de cette fonction f est donnée dans le repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$ ci-dessous. On admet que : $\lim\limits_{x\to0} f(x) = +\infty$.



1. Déterminer la limite de f en $+\infty$ en justifiant votre démarche.
2. **a.** Justifier que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.
   b. En déduire le tableau des variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
3. On admet que, pour tout $x > 0$, la dérivée seconde de f, notée f'', est définie par $f''(x) = \dfrac{2-x}{x^2}$.
   Étudier la convexité de f et préciser les coordonnées du point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 3 SUITES **7 points**

La population d'une espèce en voie de disparition est surveillée de près dans une réserve naturelle.
Les conditions climatiques ainsi que le braconnage font que cette population diminue de 10 % chaque année.
Afin de compenser ces pertes, on réintroduit dans la réserve 100 individus à la fin de chaque année.
On souhaite étudier l'évolution de l'effectif de cette population au cours du temps. Pour cela, on modélise l'effectif de la population de l'espèce par la suite (u_n) où u_n représente l'effectif de la population au début de l'année $2020 + n$.
On admet que pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
Au début de l'année 2020, la population étudiée compte 2 000 individus, ainsi $u_0 = 2\,000$.

1. Justifier que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 0{,}9u_n + 100.$$

2. Calculer u_1 puis u_2.
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $1\,000 < u_{n+1} \leqslant u_n$.
4. La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifier la réponse.
5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1\,000$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,000\,(1 + 0{,}9^n)$.
   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).
   En donner une interprétation dans le contexte de cet exercice.

6. On souhaite déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en dessous d'un certain seuil S (avec $S > 1\,000$).

a. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 1\,020$.

Justifier la réponse par un calcul.

b. Dans le programme Python ci-contre, la variable n désigne le nombre d'années écoulées depuis 2020, la variable u désigne l'effectif de la population.

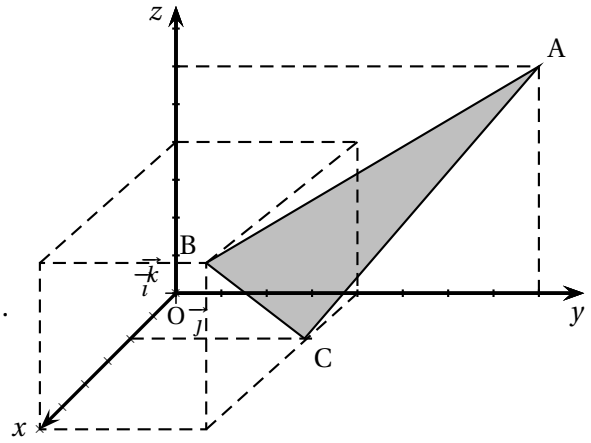
Recopier et compléter ce programme afin qu'il retourne le nombre d'années nécessaires pour que l'effectif de la population passe en dessous du seuil S.

```
1  def population(S) :
2    n=0
3    u=2000
4
5    while ......:
6      u= ...
7      n = ...
8    return ...
```

EXERCICE 4 GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE **7 points**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points

A(0 ; 8 ; 6), B(6 ; 4 ; 4) et C(2 ; 4 ; 0).



1. **a.** Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b. Montrer que le vecteur $\vec{n}(1\,;\,2\,;\,-1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

c. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soient D et E les points de coordonnées respectives (0 ; 0 ; 6) et (6 ; 6 ; 0).

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (DE).

b. Montrer que le milieu I du segment [BC] appartient à la droite (DE).

3. On considère le triangle ABC.

a. Déterminer la nature du triangle ABC.

b. Calculer l'aire du triangle ABC en unité d'aire.

c. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

d. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie à 0,1 degré.

4. On considère le point H de coordonnées $\left(\dfrac{5}{3}\,;\,\dfrac{10}{3}\,;\,-\dfrac{5}{3}\right)$.

Montrer que H est le projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC).

En déduire la distance du point O au plan (ABC).

Baccalauréat Nouvelle-Calédonie 26 octobre 2022 Jour 1
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 7 points

Principaux domaines abordés : fonctions, fonction logarithme ; convexité.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x^2 - 6x + 4\ln(x).$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
Interpréter graphiquement ce résultat.
b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. **a.** Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
En déduire le tableau de variations de f.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[4\,;5]$.

4. On admet que, pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, on a :

$$f''(x) = \frac{2x^2-4}{x^2}.$$

a. Étudier la convexité de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.
On précisera les valeurs exactes des coordonnées des éventuels points d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

b. On note A le point de coordonnées $\left(\sqrt{2}\,;\,f\left(\sqrt{2}\right)\right)$.
Soit t un réel strictement positif tel que $t \neq \sqrt{2}$. Soit M le point de coordonnées $(t\,;\,f(t))$.
En utilisant la question 4. a, indiquer, selon la valeur de t, les positions relatives du segment $[AM]$ et de la courbe $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 2 7 points

Principaux domaines abordés : suites ; fonctions, fonction exponentielle.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^3\,\mathrm{e}^{\,x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. On définit la suite (u_n) par $u_0 = -1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

a. Calculer u_1 puis u_2.
On donnera les valeurs exactes, puis les valeurs approchées à 10^{-3}.

b. On considère la fonction `fonc`, écrite en langage Python ci-dessous.

On rappelle qu'en langage Python, « `i in range (n)` » signifie que `i` varie de 0 à `n -1`.

```
def  fonc (n):
     u =- 1
     for i in range(n) :
       u=u**3*exp(u)
     return u
```

Déterminer, sans justifier, la valeur renvoyée par `fonc (2)` arrondie à 10^{-3}.

2. **a.** Démontrer que, pour tout x réel, on a $f'(x) = x^2\,\mathrm{e}^{\,x}(x+3)$.

b. Justifier que le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ est celui représenté ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
f	0	$\searrow$	$-27\,\mathrm{e}^{-3}$	$\nearrow$	$+\infty$

c. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a :

$$-1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 0.$$

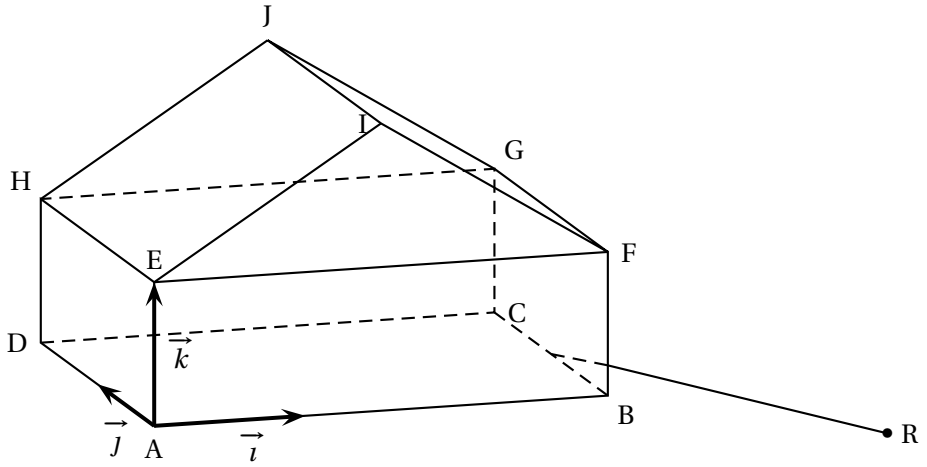
d. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

e. On note ℓ la limite de la suite (u_n).
On rappelle que ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$.
Déterminer ℓ. (Pour cela, on admettra que l'équation $x^2\,\mathrm{e}^{\,x} - 1 = 0$ possède une seule solution dans $\mathbb{R}$ et que celle-ci est strictement supérieure à $\dfrac{1}{2}$).

EXERCICE 3 7 points

Principaux domaines abordés : géométrie dans l'espace.

Une maison est constituée d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'un prisme EFIHGJ dont une base est le triangle EIF isocèle en I.
Cette maison est représentée ci-dessous.



On a AB = 3, AD = 2, AE = 1.
On définit les vecteurs $\vec{\imath} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\text{AB}}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{AD}}$, $\vec{k} = \overrightarrow{\text{AE}}$.
On munit ainsi l'espace du repère orthonormé $\left(\text{A} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1. Donner les coordonnées du point G.
2. Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(2 ; 0 ; -3)$ est vecteur normal au plan (EHI).
   Déterminer une équation cartésienne du plan (EHI).
3. Déterminer les coordonnées du point I.
4. Déterminer une mesure au degré près de l'angle $\widehat{\text{EIF}}$.
5. Afin de raccorder la maison au réseau électrique, on souhaite creuser une tranchée rectiligne depuis un relais électrique situé en contrebas de la maison.
   Le relais est représenté par le point R de coordonnées $(6 ; -3 ; -1)$.
   La tranchée est assimilée à un segment d'une droite Δ passant par R et dirigée par le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(-3 ; 4 ; 1)$. On souhaite vérifier que la tranchée atteindra la maison au niveau de l'arête [BC].
   a. Donner une représentation paramétrique de la droite Δ.
   b. On admet qu'une équation du plan (BFG) est $x = 3$.
      Soit K le point d'intersection de la droite Δ avec le plan (BFG).
      Déterminer les coordonnées du point K.
   c. Le point K appartient-il bien à l'arête [BC] ?

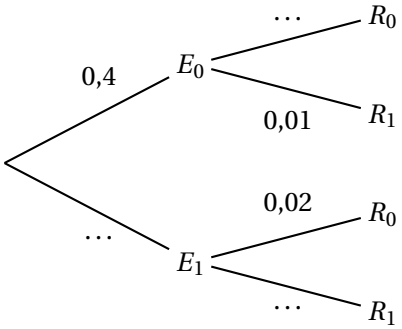
EXERCICE 4 7 points

Principaux domaines abordés : probabilités.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1.
Chaque 0 ou 1 est appelé bit.
En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission :
un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.
Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

5. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

6. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

a. $1-0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1-0{,}88^{10}$

7. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Baccalauréat Nouvelle-Calédonie 27 octobre 2022 Jour 2
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le candidat traite 4 exercices : les exercices 1, 2 et 3 communs à tous les candidats et un seul des deux exercices A ou B.

EXERCICE 1 **7 points**

Principaux domaines abordés : Probabilités

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

— les tirs à deux points.
Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.

— les tirs à trois points.
Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1. Stéphanie réalise un tir.
On considère les évènements suivants :

D : « Il s'agit d'un tir à deux points ».
R : « le tir est réussi ».

a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
b. Calculer la probabilité $p\left(\overline{D} \cap R\right)$.
c. Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
d. Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.

2. Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.

a. Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
b. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
c. Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
d. Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3. Soit n un entier naturel non nul.
Stéphanie souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 2 **7 points**

Principaux domaines abordés : fonctions, fonction logarithme.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' sa dérivée, f'' sa dérivée seconde et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. **a.** Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $x = \text{e}$.
   c. Justifier que la fonction f est convexe sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
   d. En déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la tangente T.
2. **a.** Calculer la limite de la fonction f en 0.
   b. Démontrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à $+\infty$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
4. **a.** Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$. On note α cette solution.
   b. Justifier que le réel α appartient à l'intervalle $]4{,}3\,;\,4{,}4[$.
   c. En déduire le signe de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
5. On considère la fonction `seuil` suivante écrite dans le langage Python :
   On rappelle que la fonction `log` du module `math` (que l'on suppose importé) désigne la fonction logarithme népérien ln.

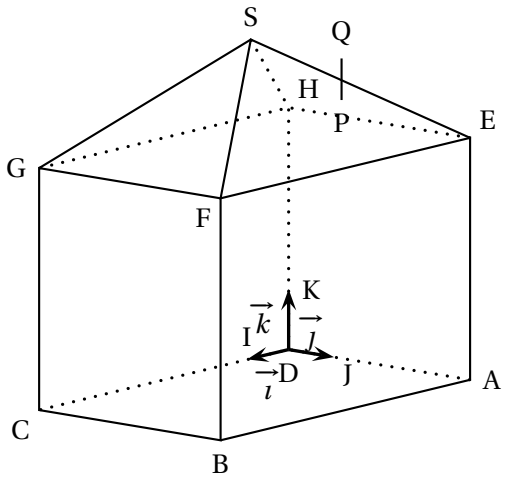
```
def  seuil(pas) :
     x=4.3
     while x*log (x) - x - 2 < 0:
       x=x+pas
     return x
```

   Quelle est la valeur renvoyée à l'appel de la fonction `seuil(0.01)` ?
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 **7 points**

Principaux domaines abordés : géométrie dans l'espace

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide EFGHS.
On a DC = 6, DA = DH = 4.
Soit les points I, J et K tels que
$\overrightarrow{\text{DI}} = \dfrac{1}{6}\overrightarrow{\text{DC}}$, $\overrightarrow{\text{DJ}} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\text{DA}}$, $\overrightarrow{\text{DK}} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\text{DH}}$.
On note $\vec{\imath} = \overrightarrow{\text{DI}}$, $\vec{\jmath} = \overrightarrow{\text{DJ}}$, $\vec{k} = \overrightarrow{\text{DK}}$.
On se place dans le repère orthonormé $\left(\text{D}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.
On admet que le point S a pour coordonnées $(3\,;\,2\,;\,6)$.



1. Donner, sans justifier, les coordonnées des points B, E, F et G.

2. Démontrer que le volume de la pyramide EFGHS représente le septième du volume total de la maison.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

3. **a.** Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (EFS).

b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EFS) est $y + z - 8 = 0$.

4. On installe une antenne sur le toit, représentée par le segment [PQ]. On dispose des données suivantes :

- le point P appartient au plan (EFS) ;
- le point Q a pour coordonnées (2 ; 3 ; 5,5) ;
- la droite (PQ) est dirigée par le vecteur $\vec{k}$.

a. Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est :

$$\begin{cases} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= 5{,}5 + t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

b. En déduire les coordonnées du point P.

c. En déduire la longueur PQ de l'antenne.

5. Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x &= -4 + 6s \\ y &= 7 - 4s \\ z &= 2 + 4s \end{cases} \qquad (s \in \mathbb{R})$$

Déterminer la position relative des droites (PQ) et Δ.

L'oiseau va-t-il percuter l'antenne représentée par le segment [PQ] ?

EXERCICE 4 **7 points**

Principaux domaines abordés : suites, fonctions, primitives

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.
b. la suite (u_n) diverge vers $-\infty$.
c. la suite (u_n) n'a pas de limite.
d. la suite (u_n) converge.

✧✧✧

Dans les questions 2 et 3, on considère deux suites (v_n) et (w_n) vérifiant la relation :

$$w_n = \mathrm{e}^{-2v_n} + 2.$$

2. Soit a un nombre réel strictement positif. On a $v_0 = \ln(a)$.

a. $w_0 = \dfrac{1}{a^2} + 2$
b. $w_0 = \dfrac{1}{a^2+2}$
c. $w_0 = -2a + 2$
d. $w_0 = \dfrac{1}{-2a} + 2$

3. On sait que la suite (v_n) est croissante. On peut affirmer que la suite (w_n) est :

a. décroissante et majorée par 3.
b. décroissante et minorée par 2 .
c. croissante et majorée par 3 .
d. croissante et minorée par 2.

4. On considère la suite (a_n) ainsi définie :

$$a_0 = 2 \text{ et, pour tout entier naturel } n, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{8}{3}.$$

Pour tout entier naturel n, on a :

a. $a_n = 4 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n - 2$
b. $a_n = -\dfrac{2}{3^n} + 4$
c. $a_n = 4 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$
d. $a_n = 2 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{8n}{3}$

5. On considère une suite (b_n) telle que, pour tout entier naturel n, on a :

$$b_{n+1} = b_n + \ln\left(\frac{2}{(b_n)^2+3}\right).$$

On peut affirmer que :

a. la suite (b_n) est croissante.
b. la suite (b_n) est décroissante.
c. la suite (b_n) n'est pas monotone.
d. le sens de variation de la suite (b_n) dépend de b_0.

6. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x}.$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal.
La courbe $\mathscr{C}_g$ admet :

a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.
d. aucune asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.

7. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2+1}.$$

Soit F une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f. Pour tout réel x, on a :

a. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2\,\mathrm{e}^{x^2+1}$

b. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2+1}$

c. $F(x) = \mathrm{e}^{x^2+1}$

d. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2+1}$

Index

arbre pondéré, 5, 8, 13, 21, 30, 32, 40, 43, 48, 51, 56, 61, 67, 71, 76, 80, 88
asymptote, 14, 39, 45, 66, 92

calcul d'angle, 58, 86
convergence de suite, 29, 33, 41
convexité, 4, 14, 16, 22, 28, 29, 36, 39, 53, 64, 66, 73, 78, 82, 84, 89

droites perpendiculaires, 52
dérivée, 7, 11, 24, 27, 29, 35, 36, 39, 45, 46, 54, 57, 60, 63, 69, 73, 74, 77, 81, 82, 84, 85, 89
dérivée seconde, 28, 36, 39

ensemble de définition, 16
équation, 36, 39, 60, 73
équation avec exponentielle, 15
équation de droite, 6, 17
équation de tangente, 64
équation de plan, 6, 10, 12, 17, 24, 34, 38, 46, 50, 52, 59, 65, 70, 75, 79, 83, 86, 90
équation de tangente, 7, 17, 18, 29, 45, 57, 60
équation paramétrique de droite, 12, 35, 38, 47, 50, 52, 59, 65, 70, 75, 78, 83, 86, 90
espérance, 31, 40, 41, 44, 48, 51, 68, 71, 88
évènements indépendants, 19, 32, 51

fonction exponentielle, 11, 17, 28, 34, 45, 53, 54, 57, 66, 69, 84, 91, 92
fonction logarithme, 3, 7, 16, 17, 29, 35, 39, 44, 45, 54, 59, 60, 63, 64, 67, 69, 73, 74, 77, 81, 84, 89, 91
fonction monotone, 54
fonction paire, 36
fonction polynôme, 57, 62

inéquation, 8, 11, 17, 30, 33, 34, 44, 46, 49, 51, 57, 62, 88

lecture graphique, 35, 36, 39, 45, 53, 58, 62, 64, 73, 78, 90
limite de fonction, 7, 15, 18, 24, 28, 29, 36, 39, 45, 50, 69, 73, 77, 81, 82, 84, 89
limite de suite, 3, 6, 9, 12, 18, 41, 46, 49, 57, 62, 63, 74, 77, 82, 85
loi binomiale, 5, 8, 13, 19, 22, 32, 40, 44, 48, 51, 61, 72, 76, 88
loi de probabilité, 30, 41, 48, 68

maximum, 4, 11, 22, 24, 26, 28, 39
mesure d'angle, 50, 83

plan médiateur, 47
point d'inflexion, 16, 45, 50, 53, 57, 66, 82, 84
pourcentage moyen, 14
primitive, 3, 7, 14, 16, 28, 64, 67, 73, 92
probabilités, 13, 19, 21, 30, 32, 48, 60, 61, 67, 71, 80, 87, 88
produit scalaire, 6, 12, 17, 58, 78, 83

QCM, 7, 14, 16, 22, 27, 44, 52, 59, 66, 72, 86, 90

récurrence, 6, 9, 12, 29, 33, 41, 46, 49, 55, 57, 62, 69, 74, 77, 82, 85

script python, 4, 5, 9, 13, 33, 42, 46, 49, 54, 63, 72, 77, 83, 85, 89
sommaire, 1
sphère, 47
suite arithmétique , 72
suite bornée, 53
suite convergente, 49, 55, 63, 67, 69, 74, 77, 82, 91
suite géométrique, 12, 33, 49, 67, 72, 77, 82
suite monotone, 91
suites, 12, 18, 23, 29, 33, 41, 45, 46, 53, 54, 62, 66, 72, 74, 77, 82, 85, 90

tableau de probabilités, 19
tableau de variations, 11, 18, 24, 29, 36, 39, 46, 54, 63, 69, 73, 81, 82, 84, 85, 89
tangente d'angle, 25
tangente à la courbe, 50, 89
triangle rectangle, 30, 49, 70, 78

valeurs intermédiaires, 11, 16, 24, 36, 46, 50, 54, 57, 69, 78, 81, 84, 89
vecteur directeur, 12, 74
vecteur normal, 23, 30, 34, 38, 50, 52, 59, 65, 70, 75, 83, 90
vecteurs colinéaires, 12, 78
vecteurs orthogonaux, 59

volume pyramide, 38, 65, 90
volume tétraèdre, 13, 17, 23, 30, 35, 50, 52, 70, 75, 79
Vrai-Faux, 50