Bac Général Maths + NSI (Mathématiques et Numérique et sciences informatiques)

SUJET D'EXAMEN (SESSION OFFICIELLE)

Mathématiques - Session 2022

Sujet de l'examen national tel que publié pour la session indiquée. Source : sujets nationaux publiés par le ministère chargé de l'examen et les services académiques. Document mis à disposition par FormaV pour la révision.

Toutes les annales et leurs corrigés : https://bac-maths-nsi.fr/annales-sujets-et-corriges

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2022

MATHÉMATIQUES

Jour 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

Chaque exercice est noté sur **7 points (le total sera ramené sur 20 points).**
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x^2 + x + 1).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x) = \frac{1}{2x+1}$ **b.** $g'(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

c. $g'(x) = \ln(2x + 1)$ **d.** $g'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

2. La fonction $x \longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ la fonction :

a. $x \longmapsto \ln(x)$ **b.** $x \longmapsto \frac{1}{x}$ **c.** $x \longmapsto x\ln(x) - x$ **d.** $x \longmapsto \frac{\ln(x)}{x}$.

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$a_n = \frac{1 - 3^n}{1 + 2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$ **b.** -1 **c.** 1 **d.** $+\infty$.

4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2\ ;\ 2]$. Le tableau de variations de la **fonction f' dérivée** de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$ est donné par :

x	-2		-1		0		2
Variations de f'	1	↘	0	↘	-2	↗	-1

La fonction f est :

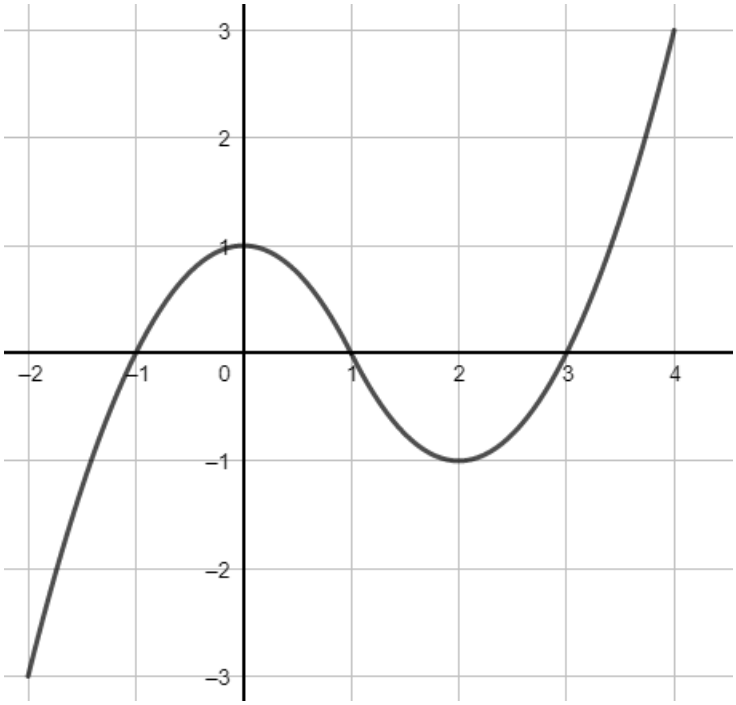
a. convexe sur $[-2\ ;\ -1]$.

b. concave sur $[0\ ;\ 1]$.

c. convexe sur $[-1\ ;\ 2]$.

d. concave sur $[-2\ ;\ 0]$.

5. On donne ci-dessous la courbe représentative de la **dérivée f'** d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f', déterminer l'affirmation correcte pour f:

a. f est décroissante sur $[0\ ;2]$.

b. f est décroissante sur $[-1\ ;\ 0]$.

c. f admet un maximum en 1 sur $[0\ ;2]$.

d. f admet un maximum en 3 sur $[2\ ;4]$.

6. Une action est cotée à 57 euros. Sa valeur augmente de 3% tous les mois.

La fonction python `seuil()` qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 euros est :

a.

```
def seuil() :
      m=0
      v=57
      while v < 200 :
            m=m+1
            v=v*1.03
      return m
```

b.

```
def seuil() :
      m=0
      v=57
      while v > 200 :
            m=m+1
            v=v*1.03
      return m
```

c.

```
def seuil() :
      v=57
      for i in range (200) :
            v=v*1.03
      return v
```

d.

```
def seuil() :
      m=0
      v=57
      if v < 200 :
            m=m+1
      else :
            v=v*1.03
      return m
```

Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont infectés par une certaine maladie.

Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie. Ce test a les caractéristiques suivantes :

- pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20 % des cas ;
- pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1 % des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.

On considère les événements suivants :

- M : « la personne est malade » ;
- T : « le test est positif ».

1. Calculer la probabilité de l'événement $M \cap T$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif, est de 0,0653.

3. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?

4. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

5. On choisit dix personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'individus ayant un test positif parmi les dix personnes.

a. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.

b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

6. Déterminer le nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles ait un test positif, soit supérieure à 99 %.

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}.$$

1.

a. Calculer les termes u_1, u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

b. Recopier le script Python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que `liste(k)` prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

```
1.      def liste(k) :
2.              L = []
3.              u = …
4.              for i in range(0, k+1) :
5.                  L.append(u)
6.                  u = …
7.              return(L)
```

2. On admet que, pour tout entier naturel n, u_n est strictement positif.
Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

3. En déduire que la suite (u_n) converge.

4. Déterminer la valeur de sa limite.

5.

a. Conjecturer une expression de u_n en fonction de n.

b. Démontrer par récurrence la conjecture précédente.

EXERCICE 4 (7 points) **Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé où l'on considère :

- les points $A(2\ ;\ -1\ ;\ 0)$, $B(1\ ;\ 0\ ;\ -3)$, $C(6\ ;\ 6\ ;\ 1)$ et $E(1\ ;\ 2\ ;\ 4)$;
- le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne : $2x - y - z + 4 = 0$.

1.

a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ puis les longueurs BA et BC.

c. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABC}$, arrondie au degré.

2.

a. Démontrer que le plan $\mathcal{P}$ est parallèle au plan (ABC).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ orthogonale au plan (ABC) et passant par le point E.

d. Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan (ABC) a pour coordonnées $\left(4\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ \frac{5}{2}\right)$.

3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$ où $\mathcal{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur de la pyramide associée à cette base.
Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide ABCE est égal à 16,5 unités de volume.